

Einführung in die Mathematik
Übungsblatt 1

Abgabe: Mittwoch, 04.11.2009, 10.00 Uhr, Übungskasten 5

Aufgabe 1

Schreiben Sie einen halbseitigen Aufsatz über die Gründe Ihrer Studienwahl und Ihre Erwartungen an das Studium der Mathematik.

Aufgabe 2

Ein Pilz wiegt 100 Gramm und besteht zu 95 % aus Wasser. Nach dem Trocknen ist sein Wasseranteil auf 80 % gesunken. Berechnen Sie das Gewicht des getrockneten Pilzes.

Aufgabe 3

- (i) Seien A, B und X drei Mengen. Beweisen Sie

$$X \setminus (A \cap B) = (X \setminus A) \cup (X \setminus B).$$

- (ii) Sei \mathfrak{M} ein nichtleeres Mengensystem. Zeigen Sie

$$X \setminus \left(\bigcap \mathfrak{M} \right) = \bigcup \{ X \setminus M : M \in \mathfrak{M} \}.$$

Aufgabe 4

Eine natürliche Zahl $p \geq 2$ heißt Primzahl, wenn für alle $a, b \in \mathbb{N}$ gilt

$$p|ab \implies p|a \text{ oder } p|b,$$

wobei $p|a$ bedeutet, dass es ein $k \in \mathbb{N}$ mit $a = k \cdot p$ gibt. Zeigen Sie, dass für jeden Bruch q aus den rationalen Zahlen weder q^2 noch q^3 eine Primzahl ist.

Hinweis: Analysieren Sie den Beweis zu Satz 1.5.

Aufgabe 5

Seien X, Y, A, B Mengen.

- (i) Zeigen Sie $(X \times Y) \cap (A \times B) = (X \cap A) \times (Y \cap B)$.

- (ii) Gelte weder $X \subseteq A$ noch $A \subseteq X$.

Beweisen Sie, dass die Gleichheit $(X \times Y) \cup (A \times B) = (X \cup A) \times (Y \cup B)$ dann und nur dann gilt, wenn $Y = B$.

- (iii) Wann gilt die Gleichheit aus ii), wenn man auf die Voraussetzung $X \not\subseteq A$ und $A \not\subseteq X$ verzichtet?

Hinweis: Zeigen Sie für (ii), dass die Inklusion „ \subseteq “ unabhängig von A, X immer wahr ist.