Elemente der Analysis II
Übungsblatt 9Ü 41

Finden Sie alle Extrema der Funktion $f(x, y, z) = x + y - z$ unter der Nebenbedingung $x^2 + 4y^2 + 4z^2 = 1$.

Ü 42

Finden Sie die Extrema der Funktion $f(x, y, z) = 2x + y + z$ unter den Nebenbedingungen $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ und $x + y + z = 1$.

Ü 43

Bestimmen Sie den Abstand zwischen der Ellipse $\{ [\begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix}] \in \mathbb{R}^2 : (\frac{x}{2})^2 + y^2 = 1 \}$ und der Geraden

$$G = \{ [\begin{smallmatrix} u \\ v \end{smallmatrix}] \in \mathbb{R}^2 : u + v = 4 \}$$

Ü 44

Untersuchen Sie Minimum und Maximum von $f(x, y) = x + y + 3$ unter der Nebenbedingung $\Phi(x, y) = 0$ mit (a) $\Phi(x, y) = x^2 - y^2$ und (b) $\Phi(x, y) = x^2 + y^2$.

Ü 45

Maximieren Sie die Funktion $f : (0, \infty)^n \rightarrow \mathbb{R}, [x_1, \dots, x_n] \mapsto \prod_{j=1}^n x_j$ unter der Nebenbedingung $\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j = 1$. Folgern Sie daraus die Ungleichung zwischen geometrischem und arithmetischem Mittel

$$\left(\prod_{j=1}^n y_j \right)^{1/n} \leq \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_j \text{ für alle } y_j \geq 0.$$