J. Wengenroth

SS 2009
01.07.2009

Elemente der Analysis II
Übungsblatt 8

Ü 36

Zeigen Sie, dass Kompositionen stetig differenzierbarer Funktionen stetig differenzierbar sind.

Ü 37

Berechnen Sie $\nabla f(x,y)$ für alle $\left[\begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix}\right] \in \mathbb{R}^2 \setminus \{0\}$ und die Funktion $f(x,y) = \sin\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)$. Ist f stetig differenzierbar auf $\mathbb{R}^2$?

Ü 38

Untersuchen Sie die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $\left[\begin{smallmatrix} x \\ y \end{smallmatrix}\right] \mapsto x^2 - y^2$ auf Konvexität und Konkavität (für eine konvexe Menge A heißt f konkav auf A, falls $-f$ auf A konvex ist).

Ü 39

Bestimmen Sie mit möglichst geringem Rechenaufwand die iterierte partielle Ableitung $D_1(D_2 f)(x,y)$ der durch

$$f(x,y) = \frac{\sin(2x + \cos(y)x)}{2 + \cos(y)}.$$

definierten Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

Ü 40

Sei $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ stetig differenzierbar mit Komponenten $f_1, \dots, f_n$, und es gebe eine stetig differenzierbare Funktion $g : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$, so dass $[f_1, \dots, f_n] = \nabla g$, (dann heißt g eine Stammfunktion). Zeigen Sie $D_j f_k = D_k f_j$ für alle $j, k \in \{1, \dots, n\}$.