J. Wengenroth

SS 2009
01.07.2009

Elemente der Analysis II
Tutorium Blatt 9

T 42

Berechnen Sie in jedem Punkt $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^2$ den Gradienten und die Hesse-Matrix der durch $f(x, y) = \arctan(xy^2)$ definierten Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

T 43

Sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ eine stetig differenzierbare Funktion. Berechnen Sie ∇g für die durch $g(x) = \|f(x)\|_2^2$ definierte Funktion $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

T 44

Bestimmen Sie für die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \mapsto x^2 \sin(y)$ alle Punkte, in denen der Gradient von f gleich Null ist, und berechnen Sie die Hesse-Matrix von f.

T 45

Bestimmen Sei die lokalen Extrema der Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \mapsto \frac{x^2 - 1}{y^2 + 1}.$$

T 46

Zeigen Sie, dass die Funktion $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \mapsto \log(1 + x^2 + y^2)$ auf dem Kreis mit Mittelpunkt $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ und Radius 1 konvex ist. Benutzen Sie dazu Ü 34.