J. Wengenroth

SS 2009
20.05.2009

Elemente der Analysis II
Tutorium Blatt 4

T 18

In einem Unternehmen werden aus zwei Rohstoffen R_1, R_2 die Produkte P_1, P_2 und P_3 hergestellt, wobei der Einsatz von $2R_1$ und $3R_2$ zur Produktion von $4P_1, 6P_2$ und $5P_3$ führt und der Einsatz von $3R_1$ und $2R_1$ zur Produktion von $3P_1$, $8P_2$ und $4P_3$.
Berechnen Sie unter der Annahme, dass die Produktionsfunktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ linear ist, die Produktion bei Einsatz von $4R_1$ und $4R_2$.

T 19

Bestimmen Sie alle Matrizen $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ mit $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \cdot A = A \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$.

T 20

Zeigen Sie, dass eine Matrix der Form $A = \begin{bmatrix} a & 1 & 1 \\ 0 & b & 1 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$ genau dann invertierbar ist, wenn $abc \neq 0$.
Bestimmen Sie in diesem Fall die inverse Matrix, indem Sie die drei LGS $A \cdot x = e^k$ mit den drei Einheitsvektoren $e^k \in \mathbb{R}^3$ lösen (nach Satz 3.18 sind die Lösungen die Spalten von A^{-1}).

T 21

Zeigen Sie für zwei invertierbare Matrizen $A, B \in \mathbb{R}^{n\times n}$, dass $A \cdot B$ ebenfalls invertierbar ist.

T 22

Berechnen Sie alle „Potenzen“ $A^2 = A \cdot A$, $A^3 = A \cdot A \cdot A$ etc. der Matrix

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$