

Elemente der Analysis IIT 1:

Zeigen Sie für m Vektoren $x^1, \dots, x^m \in \mathbb{R}^n$, dass

$$\left\| \sum_{j=1}^m x^j \right\|^2 = \sum_{j=1}^m \|x^j\|^2 + 2 \sum_{j=1}^m \sum_{\ell=j+1}^m \langle x^j, x^\ell \rangle.$$

Wieviele Summanden enthält die "Doppelsumme"?

T 2:

Zeigen Sie für $x, y \in \mathbb{R}^n$ die Polarisierungsidentität

$$\langle x, y \rangle = \frac{1}{4} (\|x + y\|^2 - \|x - y\|^2).$$

T 3:

Bestimmen Sie die Ausgleichsgerade zu den Daten $(1, 0), (2, 3), (4, 5), (6, 6)$ und fertigen Sie eine Skizze an.

T 4:

Was passiert bei der Ausgleichsgeraden aus 1.11 im Fall $n = 2$?

T 5:

Jede Ursprungsgerade im \mathbb{R}^3 ist von der Form $G = \{x \in \mathbb{R}^3 : \langle x, y \rangle = 0 \text{ und } \langle x, z \rangle = 0\}$ mit geeigneten Vektoren $y, z \in \mathbb{R}^3$.

T 6:

Zeigen Sie für jeden Vektor $x = [x_1, x_2] \in \mathbb{R}^2$, dass $y = [-x_2, x_1]$ orthogonal zu x ist und die gleiche Länge wie x hat. Wie kann man die Abbildung $[x_1, x_2] \mapsto [-x_2, x_1]$ interpretieren?