

1. Übung zur LINEAREN ALGEBRA

Abgabe: bis Montag, 20.04.15, 12 Uhr in Kasten E 12.

Verehen Sie bitte Ihre Lösungen mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer!
Tackern oder heften Sie bitte die abgegebenen Zettel zusammen!

A1: Nehmen Sie zu folgenden (umgangssprachlich formulierten) Fragen Stellung. Begründen Sie Ihre Antworten.

- (i) Es gibt einen besten Sänger unter den Gitarristen, und unter den Sängern gibt es einen besten Gitarristen. Sind diese beiden Personen ein und dieselbe Person?
- (ii) Sind der älteste singende Gitarrist und der älteste Gitarre spielende Sänger dieselbe Person?
- (iii) Wenn es nur einen Gitarre spielenden Sänger gibt, gibt es dann umgekehrt nur einen singenden Gitarristen? Stimmen diese dann überein?

A2: Es seien A, B, C Mengen. Beweisen Sie:

- (i) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$,
- (ii) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$,
- (iii) $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$,
- (iv) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$,
- (v) $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$.

A3: Es seien A, B Teilmengen einer Menge X . Beweisen Sie, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind.

- (i) $A \subseteq B$,
- (ii) $A \cap B = A$,
- (iii) $A \cup B = B$,
- (iv) $A \cap (X \setminus B) = \emptyset$,
- (v) $(X \setminus A) \cup B = X$.

(Hinweis: Es reicht zu zeigen: (i) \Rightarrow (ii) \Rightarrow (iii) \Rightarrow (iv) \Rightarrow (v) \Rightarrow (i).)

A4: Es seien A, B, X, Y Mengen. Zeigen Sie folgende Aussagen:

- (i) $(X \times Y) \cap (A \times B) = (X \cap A) \times (Y \cap B)$,
- (ii) $(X \times Y) \cup (A \times B) \subseteq (X \cup A) \times (Y \cup B)$,
- (iii) $(X \times Y) \setminus (A \times B) = ((X \setminus A) \times Y) \cup (X \times (Y \setminus B))$.