

Einführung in die Mathematik**Blatt 1**

Abgabe: Mittwoch, 30.10.13, bis 12 Uhr, Übungskasten 5

Anregungen für die Tutorien**T 1**

Seien A, B, C drei Aussagen. Sind dann die Aussagen $(A \rightarrow B) \rightarrow C$ und $A \rightarrow (B \rightarrow C)$ äquivalent (d. h. unabhängig von der Wahrheit von A, B, C ist die eine Aussage genau dann wahr, wenn die andere wahr ist)?

Formulieren Sie die Negationen der beiden Aussagen.

T 2

Für Menschen x und y schreiben wir $x \rightsquigarrow y$ für die Aussage x liebt y .

Formulieren Sie folgende Aussagen über die Menge M aller Menschen mit Hilfe von \rightsquigarrow und den logischen Operatoren (\forall, \exists, \wedge etc.). Formulieren Sie außerdem die Negationen sowohl umgangssprachlich als auch aussagenlogisch.

- (a) Jeder Mensch wird geliebt.
- (b) Nur wer sich selbst liebt, kann geliebt werden.
- (c) Liebe wird nicht immer erwidert.

T 3

Seien A, B, M, N Mengen. Zeigen Sie:

- (a) $(M \times N) \cup (A \times B) \subseteq (M \cup A) \times (N \cup B)$.
- (b) Falls in (a) Gleichheit gilt und weder $M \subseteq A$ noch $A \subseteq M$ gilt, so ist $N = B$.

Orientieren Sie sich am Venn-Diagramm.

T 4

Für zwei Mengen M und N heißt $M \Delta N = (M \setminus N) \cup (N \setminus M)$ die symmetrische Differenz von M und N . Zeigen Sie:

- (a) $M \Delta N = (M \cup N) \setminus (M \cap N)$,
- (b) $(M \Delta N) \cap K = (M \cap K) \Delta (N \cap K)$.

T 5

- (a) Zeigen Sie für zwei beliebige Mengen M und N , dass

$$\mathcal{P}(M) \cap \mathcal{P}(N) = \mathcal{P}(M \cap N) \text{ gilt.}$$

- (b) Was müssen M und N erfüllen, damit

$$\mathcal{P}(M) \cup \mathcal{P}(N) = \mathcal{P}(M \cup N) \text{ gilt?}$$

Hausaufgaben

Die Lösungen der folgenden Aufgaben sollen bis Mittwoch, 30.10.13, 12 Uhr im Übungskasten 5 abgegeben werden. Schreiben Sie bitte gut leserlich, versehen die abgegebenen Blätter mit Namen und Matrikelnummer und heften Sie sie zusammen.

H 1

Ein Pilz wiegt 100 g und besteht zu 95 Prozent aus Wasser. Nach dem Trocknen enthält er nur noch 80 Prozent Wasser. Welches Gewicht hat der getrocknete Pilz?

H 2

- (a) Seien A, B, C drei Aussagen. Untersuchen Sie, ob die Aussagen $(A \vee B) \rightarrow C$ und $(A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C)$ äquivalent sind. Formulieren Sie die Negationen.
- (b) Die Aussage $A|B = (\neg A) \vee (\neg B)$ heißt Exklusion von A und B .
Zeigen Sie $A|(B|B) \iff A \rightarrow B$.

H 3

Für Menschen x und y schreiben wir $x \rightsquigarrow y$, falls y ein leibliches Kind von x ist. Formulieren Sie folgende Aussagen mit Hilfe von \rightsquigarrow und den logischen Operatoren.

- (a) Jeder Mensch hat genau zwei Eltern.
- (b) x ist Tante oder Onkel von y .
- (c) x und y sind Cousins oder Cousinen.

H 4 Seien $A \subseteq M$ und $B \subseteq N$ Mengen. Stellen Sie $(M \times N) \setminus (A \times B)$ als Vereinigung geeigneter kartesischer Produkte dar (ein Venn-Diagramm hilft dabei). Beweisen Sie diese Darstellung.

H 5

Zeigen Sie für Mengen A, B, C und ein Objekt x , dass $x \in (A \triangle B) \triangle C$ genau dann gilt, wenn x Element von allen oder von genau einer der Mengen A, B, C ist. (Untersuchen Sie dazu die 4 Möglichkeiten, dass x in genau $k \in \{0, 1, 2, 3\}$ der Mengen liegt).

Folgern Sie das Assoziativgesetz $(A \triangle B) \triangle C = A \triangle (B \triangle C)$.