

Differentialgleichung
Übungsblatt 8

Abgabe: Mittwoch, 24.06.2015 bis 8:30 Uhr, Übungskasten 5
Übungen: Mittwoch, 24.06.2015, 8:30-10:00 Uhr und 10:15-11:45 Uhr, E45

Aufgabe 29 (3+2 Punkte)

Es sei $M_1 \subseteq \mathbb{R}^{m_1}$ (bzw. $M_2 \subseteq \mathbb{R}^{m_2}$) eine randlose n_1 -dim. (bzw. berandete n_2 -dim.) C^k -Mannigfaltigkeit der Dimension n_1 (bzw. n_2).

- (a) Zeigen Sie, dass das Produkt $M_1 \times M_2$ eine (n_1+n_2) -dim. berandete C^k -Mannigfaltigkeit ist mit $\partial(M_1 \times M_2) = M_1 \times \partial M_2$.
- (b) Zeigen Sie für $h > 0$, dass der Zylinder

$$Z_h := \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 : (x_1)^2 + (x_2)^2 = 1, -h \leq x_3 \leq h\}$$

eine 2-dim. Mfk. ist und skizzieren Sie ihn in \mathbb{R}^3 .

Aufgabe 30 (5 Punkte)

Stimmen Sie den folgenden Aussagen zu? Beweisen Sie die Behauptung oder geben Sie ein möglichst konkretes Gegenbeispiel an:

- (a) Die disjunkte Vereinigung zwei berandeter n -dim. Mfk. ist stets eine n -dim. Mfk.
- (b) Die Vereinigung zwei unberandeter n -dim. Mfk. ist stets eine n -dim. Mfk.
- (c) Der Schnitt zwei unberandeter n -dim. Mfk. ist stets eine n -dim. Mfk.

Hinweis: Machen Sie einen "Plausibilitäts-Check" mit Graphen zweier Geraden.

Aufgabe 31 (5 Punkte)

Es sei $M \subseteq \mathbb{R}^n$ eine n -dim. berandete C^k -Mfk. Zeigen Sie in dem Fall

$$M \setminus \partial M = \overset{\circ}{M},$$

wobei $\overset{\circ}{M}$ die Menge der inneren Punkte von M ist.

Geben Sie ein Beispiel einer 2-dim Mfk $M \subseteq \mathbb{R}^3$ an, wo dies falsch ist.

Aufgabe 32 (5 Punkte)

Bestimmen Sie für $P(z) := (z - i)^2(z + i)^2$ und $f(t) := (t^2 + 3/2)(\cos(t) + i \sin(t))$ alle Lösungen der zugehörigen DGL $P(D)u = f$ auf \mathbb{R} .