

Differentialgleichung
Übungsblatt 3

Abgabe: Mittwoch, 06.05.2015 bis 8:30 Uhr, Übungskasten 5
Übungen: Mittwoch, 06.05.2015, 8:30-10:00 Uhr und 10:15-11:45 Uhr, E45

Aufgabe 9 (3+3 Punkte)

Lösen Sie (mithilfe einer bereits bekannten Transformation) die zwei folgenden Anfangswertprobleme.

(a) $u'(t) = \frac{u(t)}{t} + \sqrt{1 + \frac{u^2(t)}{t^2}}, \quad u(2) = 0;$

(b) $u'(t) = \frac{t^2 + u^2(t)}{t \cdot u(t)}, \quad u(e) = \sqrt{2} \cdot e.$

Aufgabe 10 (5 Punkte)

Für $\lambda \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ sei P_λ ein Polynom, definiert durch $P_\lambda(z) = (z - \lambda)(z + \lambda)$. Leiten Sie mit dem Algorithmus aus 1.8 eine Lösung der zugehörigen DGL $P_\lambda(D)(u) = \text{id}_{\mathbb{R}}$ her. Geben Sie je eine Lösung der folgenden DGL an:

$$u''(t) - u(t) = t, \quad u''(t) + u(t) = t.$$

Hinweis: Die Tatsache, dass stets nur nach einer Lösung gefragt wurde, lässt Ihnen den Freiraum *günstige* Anfangswerte zu wählen.

Aufgabe 11 (4 Punkte)

Finden Sie alle Lösungen der folgenden DGL:

$$(3t^2 - u(t)^2) \cdot u'(t) - 2t \cdot u(t) = 0.$$

Hinweis: Überprüfen Sie die DGL zunächst auf Exaktheit und berechnen Sie falls nötig einen Eulerschen Multiplikator.

Aufgabe 12 (5 Punkte)

Es sei I ein Intervall. Wann ist für $a, b \in C(I)$ die DGL

$$u'(t) - a(t)u(t) - b(t) = 0$$

exakt? Zeigen Sie, dass es immer einen Eulerschen Multiplikator gibt, der nur von t abhängt. Finden Sie außerdem erneut die Lösungen einer linearen DGL 1.Ordnung.