

Analysis einer und mehrerer Veränderlicher
Übungsblatt 7,5

Tutoriumsaufgaben

Tutorium: Dienstag, 16:00-18:00, HS9

Die Aufgaben T 1 - T 3 werden am 08.06 im Tutorium besprochen.

T 1

Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegung von

$$f(x) = \frac{x^6}{(x^2 + 1)(x - 1)^3}.$$

T 2

Sei $z \in \mathbb{C}$. Bestimmen Sie die Stammfunktion von f auf dem maximalen Definitionsbereich für

(a) $f(x) = \frac{1}{(x - z)^m}$ für $m \geq 2$,

(b) $f(x) = \frac{1}{x - z}$ für $z \in \mathbb{R}$,

(c) $f(x) = \frac{1}{x - z}$ für $z = a + ib$ mit $a, b \in \mathbb{R}, b \neq 0$,

(d) $f(x) = \frac{1}{1 + x^4}$, wobei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

Hinweis:

Zu (c): Für $w \in \mathbb{C}$ gilt $w^{-1} = \frac{\bar{w}}{|w|^2}$.

T 3

Für $n \in \mathbb{N}_0$ definieren wir $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ durch $f_n(x) = (x^2 - 1)^n$ und setzen

$$P_n = \frac{1}{2^n n!} f_n^{(n)}.$$

Die Funktion P_n wird n -tes Legendre-Polynom genannt.

Zeigen Sie, dass für $n \neq m$ gilt

$$\int_{-1}^1 P_n(x) P_m(x) dx = 0.$$

Hinweis:

Partielle Integration