

**Einführung in die Mathematik**  
**Übungsblatt 2**

Abgabe: Dienstag, 07.11.2017 bis 10:15 Uhr, Übungskasten 19  
Besprechung in den Übungen:  
Di. 07.11.2017, 10:15-11:45 Uhr oder 14:15-15:45 Uhr in E52.

---

**Aufgabe 5**

Für zwei Mengen  $M$  und  $N$  heißt  $M \triangle N = (M \setminus N) \cup (N \setminus M)$  die *symmetrische Differenz* von  $M$  und  $N$ . Zeigen Sie für Mengen  $M, N$  und  $K$ :

- (a)  $(M \cap K) \setminus (N \cap K) = (M \setminus N) \cap K$ ,
- (b)  $(M \triangle N) \cap K = (M \cap K) \triangle (N \cap K)$ ,
- (c)  $(M \triangle N) \triangle K = M \triangle (N \triangle K)$ .
- (d)  $\mathcal{P}(M) \cap \mathcal{P}(N) = \mathcal{P}(M \cap N)$ , wobei  $\mathcal{P}(M) = \{A \subseteq M\}$ .

**Hinweise:** zu (b) Benutzen Sie  $M \triangle N = (M \cup N) \setminus (M \cap N)$  (in LA bereits bewiesen) und (a) für geeignete Mengen.

zu (c) Zeigen Sie, dass  $x \in (M \triangle N) \triangle K$  genau dann gilt, wenn  $x$  in allen Mengen oder genau in einer der Mengen  $M, N, K$  liegt. Untersuchen Sie dazu die 4 Möglichkeiten, dass  $x$  in genau  $k \in \{0, 1, 2, 3\}$  der Mengen liegt).

**Aufgabe 6**

Zeigen Sie für zwei Abbildungen  $f : X \rightarrow Y$  und  $g : Y \rightarrow Z$ :

- (a)  $f, g$  injektiv  $\Rightarrow g \circ f$  injektiv,
- (b)  $f, g$  surjektiv  $\Rightarrow g \circ f$  surjektiv,
- (c)  $g \circ f$  injektiv  $\Rightarrow f$  injektiv,
- (d)  $g \circ f$  surjektiv  $\Rightarrow g$  surjektiv .

Stimmen auch die folgenden Aussagen (Beweis oder Gegenbeispiel):

- (e)  $g \circ f$  injektiv  $\Rightarrow g$  injektiv,
- (f)  $g \circ f$  surjektiv  $\Rightarrow f$  surjektiv?

**Aufgabe 7**

- (a) Zeigen Sie, dass für jede rationale Zahl  $q$  stets  $q^2 \neq 3$  gilt.
- (b) Welche Aussage über Primzahlen  $p$  bräuchten Sie um  $q^2 \neq p$  für alle  $q \in \mathbb{Q}$  zu zeigen?

**Aufgabe 8**

- (a) Sind die Eltern Ihrer Großeltern auch die Großeltern Ihrer Eltern?
- (b) Zeigen Sie für Relationen  $R$  von  $A$  nach  $B$ ,  $S$  von  $B$  nach  $C$  und  $T$  von  $C$  nach  $D$ , dass  $T \circ (S \circ R) = (T \circ S) \circ R$  gilt.
- (c) Was hat (b) mit (a) zu tun?