

Einführung in die Mathematik
Übungsblatt 2

Abgabe: Dienstag, 07.11.2017 bis 10:15 Uhr, Übungskasten 19
Besprechung in den Übungen:
Di. 07.11.2017, 10:15-11:45 Uhr oder 14:15-15:45 Uhr in E52.

Aufgabe 5

Für zwei Mengen M und N heißt $M \triangle N = (M \setminus N) \cup (N \setminus M)$ die *symmetrische Differenz* von M und N . Zeigen Sie für Mengen M, N und K :

- (a) $(M \cap K) \setminus (N \cap K) = (M \setminus N) \cap K$,
- (b) $(M \triangle N) \cap K = (M \cap K) \triangle (N \cap K)$,
- (c) $(M \triangle N) \triangle K = M \triangle (N \triangle K)$.
- (d) $\mathcal{P}(M) \cap \mathcal{P}(N) = \mathcal{P}(M \cap N)$, wobei $\mathcal{P}(M) = \{A \subseteq M\}$.

Hinweise: zu (b) Benutzen Sie $M \triangle N = (M \cup N) \setminus (M \cap N)$ (in LA bereits bewiesen) und (a) für geeignete Mengen.

zu (c) Zeigen Sie, dass $x \in (M \triangle N) \triangle K$ genau dann gilt, wenn x in allen Mengen oder genau in einer der Mengen M, N, K liegt. Untersuchen Sie dazu die 4 Möglichkeiten, dass x in genau $k \in \{0, 1, 2, 3\}$ der Mengen liegt).

Aufgabe 6

Zeigen Sie für zwei Abbildungen $f : X \rightarrow Y$ und $g : Y \rightarrow Z$:

- (a) f, g injektiv $\Rightarrow g \circ f$ injektiv,
- (b) f, g surjektiv $\Rightarrow g \circ f$ surjektiv,
- (c) $g \circ f$ injektiv $\Rightarrow f$ injektiv,
- (d) $g \circ f$ surjektiv $\Rightarrow g$ surjektiv .

Stimmen auch die folgenden Aussagen (Beweis oder Gegenbeispiel):

- (e) $g \circ f$ injektiv $\Rightarrow g$ injektiv,
- (f) $g \circ f$ surjektiv $\Rightarrow f$ surjektiv?

Aufgabe 7

- (a) Zeigen Sie, dass für jede rationale Zahl q stets $q^2 \neq 3$ gilt.
- (b) Welche Aussage über Primzahlen p bräuchten Sie um $q^2 \neq p$ für alle $q \in \mathbb{Q}$ zu zeigen?

Aufgabe 8

- (a) Sind die Eltern Ihrer Großeltern auch die Großeltern Ihrer Eltern?
- (b) Zeigen Sie für Relationen R von A nach B , S von B nach C und T von C nach D , dass $T \circ (S \circ R) = (T \circ S) \circ R$ gilt.
- (c) Was hat (b) mit (a) zu tun?