

Lineare Algebra Übung 1

Abgabe bis Mo, 07.11.16, 8:30 Uhr in Übungskasten E19 oder zu

Beginn der ersten Übung. Besprechung in den Übungen:

Mo, 07.11.2016, 8:30-10:00 Uhr in HS 9

Mi, 09.11.2016, 18:00-19:30 Uhr in HS 9

A 1 (5 Punkte)

- (a) Zeigen Sie, dass es für alle $q \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$ und $a \in \mathbb{N}$ bestimmte $k_0, k_1, k_2, \dots, k_m \in \{0, \dots, q-1\}$ gibt mit $k_m \neq 0$ und

$$a = k_m q^m + k_{m-1} q^{m-1} + \dots + k_1 q + k_0.$$

Dann schreibt man $a = [k_m \cdots k_0]_q$.

Hinweis: Wählen Sie m größtmöglich mit $q^m \leq a$ und verwenden Sie Division mit Rest (**T 1**).

- (b) Schreiben Sie $[1\ 1\ 2\ 0]_3$ in der Form $[k_m \cdots k_0]_2$.

A 2 (5 Punkte)

Zeigen Sie für $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$:

- (a) $a \mid b$ und $b \mid c \Rightarrow a \mid c$;
(b) $a \mid b$ und $c \mid d \Rightarrow ac \mid bd$;
(c) $a \mid b \Rightarrow -a \mid b$ und $a \mid -b$;
(d) $a \mid b$ und $b \mid a \Rightarrow a = b$ oder $a = -b$.

Hinweis: Definition in **T 2**.

A 3 (5 Punkte)

Für $q \in \mathbb{N}$ und $a \in \mathbb{Z}$ schreiben wir $[a]_q$ für den Rest $r \in \{0, \dots, q-1\}$ der Division durch q . Zeigen Sie $[a+b]_q = [[a]_q + [b]_q]$ und $[ab]_q = [[a]_q [b]_q]$.

A 4 (5 Punkte)

Seien q eine Primzahl und $a \in \mathbb{Z}$ mit $q \nmid a$. Zeigen Sie, dass es $b \in \mathbb{Z}$ gibt, so dass ab geteilt durch q Rest 1 ergibt.

Hinweis: Zeigen Sie mit Hilfe von **T 3**, dass die Reste von $a, 2a, \dots, (q-1)a$ alle verschieden und ungleich 0 sind.

Knobelaufgabe: (10 Bonuspunkte)

Gibt es einen quadratischen Tisch, den man vollständig mit DIN A4 Blättern bedecken kann, ohne dass Blätter überstehen oder überlappen?

Die erste korrekte Lösung (mit Beweis!) wird außer mit den Bonuspunkten zusätzlich mit einer **Flasche Sekt** als Preis prämiert!

Abgabe der Knobelaufgabe im Büro E210 beziehungsweise E211 möglich oder per Email an schlierkamp@uni-trier.de.