

Übungen Optimierung bei Differentialgleichungen

Blatt 1 (Abgabe: 2. Nov. 2004)

Aufgabe 1: Man schreibe das folgende System gewöhnlicher DGL vierter Ordnung

$$\begin{aligned}\ddot{v}(t) &= \dot{v}(t) - 3w(t) \\ \ddot{w}(t) &= 10\dot{v}(t) + w(t)\end{aligned}$$

als System gewöhnlicher DGL erster Ordnung.

Aufgabe 2: Man zeige, dass

$$y(t) = G(t) \left[y_0 + \int_{t_0}^t G(t)^{-1} b(s) ds \right], \quad y(t) \in \mathbb{R}^n$$

Lösung der inhomogenen linearen Anfangswertaufgabe

$$\dot{y}(t) = A(t)y(t) + b(t), \quad y(t_0) = y_0$$

ist. Hierbei ist $G(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ die Lösung des AWP

$$\dot{G}(t) = A(t)G(t), \quad G(t_0) = I$$

Aufgabe 3: Verwenden Sie den Matlab-Integrator `ode45` mit der `events`-Option zur Simulation des gedämpften Pendels mit vollkommen elastischem Anstoß an seitlicher Wand beschrieben durch das AWP:

$$\begin{pmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_2 \\ -g \sin(y_1) - cy_2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} y_1(0) \\ y_2(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\pi/2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

mit Sprungbedingung

$$\begin{pmatrix} y_1(t_s+) \\ y_2(t_s+) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1(t_s-) \\ y_2(t_s-) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \cdot y_2(t_s-) \end{pmatrix}$$

an Zeitpunkt(-en) t_s definiert durch

$$y_1(t_s) = \pi/4$$

Wählen Sie Dämpfungsparameter c und Gravitationskonstanten g sinnvoll und nach Möglichkeit so, dass in einem Fall die Wand mehrmals getroffen wird und in einem anderen kein Mal. Visualisieren Sie solche zwei Fälle.