

## Optimierung bei Differentialgleichungen - Übungsblatt 1

### Aufgabe 1 :

(4 Punkte)

Eine Funktion  $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2, t \mapsto \begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{pmatrix}$  sei bestimmt durch die vektorwertige DGL

$$\ddot{y}(t) = Ay(t) + B\dot{y}(t) + \begin{pmatrix} 2t \\ t^2 \end{pmatrix}$$

$$y(0) = y_0$$

$$\dot{y}(0) = v_0$$

wobei  $A = (a_{ij}), B = (b_{ij}) \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ . Schreiben Sie die DGL in ein äquivalentes System von autonomen, reellwertigen DGL um und geben Sie das System in der Form

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{y}}(t) &= f(\tilde{y}(t)) \\ \tilde{y}(0) &= \tilde{y}_0 \end{aligned}$$

an.

### Aufgabe 2 :

(4 Punkte)

Die Funktion  $y : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, t \mapsto y(t)$  beschreibe den Ausschlagwinkel eines gedämpften Pendels zum Zeitpunkt  $t$ . Wie in der Vorlesung eingeführt wird  $y$  durch die DGL

$$\ddot{y}(t) = -g \sin y(t) - c\dot{y}(t)$$

$$y(t_0) = y_0$$

$$\dot{y}(t_0) = v_0$$

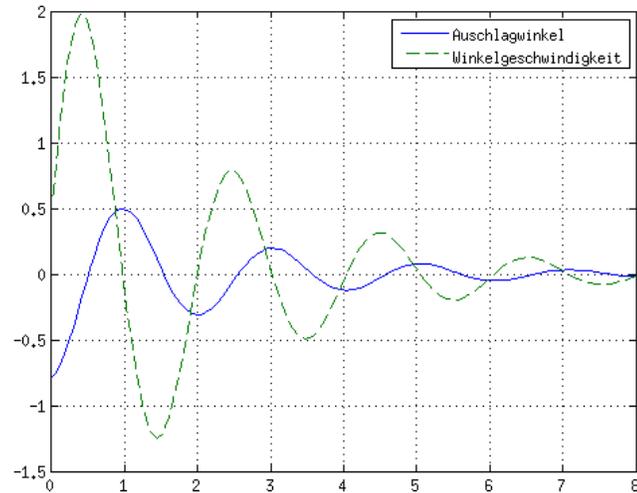
beschrieben. Fassen Sie den Parameter  $c$  als (beeinflussbare) Steuerung  $p$  auf, und leiten Sie damit analog zur Vorlesung die DGL zur Bestimmung von  $G^p(t)$  her. Schreiben Sie diese DGL erneut in ein System von autonomen, reellwertigen DGL um.

### Aufgabe 3 (Programmieraufgabe):

(6 Punkte)

(Abgabe: 02.11.17) Betrachten Sie erneut das gedämpfte Pendel aus der Vorlesung.

- (i) Nutzen Sie die `scipy.integrate`-Funktion `odeint` zum Integrieren der Pendelgleichung.
- (ii) Die nachfolgende Grafik stellt die Lösung der Pendelgleichung für die Gravitationsbeschleunigung  $g = 9,81$  und bestimmte Parameter  $t_0, t_{\text{end}}, c, y_0$  und  $v_0$  dar. Versuchen Sie durch Analyse der Grafik und Ausprobieren die Parameter herauszufinden.



### Hinweis zu den Programmieraufgaben:

- Lösen Sie die Programmieraufgaben in Python.
- Es wird nicht nur die Funktion, sondern auch Lesbarkeit und insbesondere die Kommentierung des Quellcodes bewertet.
- Laden Sie die Lösung jeder Programmieraufgabe in einem zip-Ordner mit dem Namen *Aufgabennummer\_Name ohne Umlaute und ß\_Matrikelnummer* (also z.B. *A3\_Mueller\_123456.zip*) in das vorgesehene Verzeichnis auf studip hoch (studip-Seite der Übung, nicht der Vorlesung).
- Geben Sie einen Ausdruck Ihres Quellcodes und etwaiger Ergebnisse zusammen mit den Theorieaufgaben ab (Übungskasten E4).
- Für die Programmieraufgaben (und nur für diese) ist eine Gruppenabgabe in Gruppen von bis zu drei Personen zulässig.