

Übungen Numerik II**Blatt 8: Das Weihnachtsquadrat**

Betrachten Sie folgende Gitterpunkte im Einheitsquadrat

$$x_{ij} = \begin{pmatrix} i \cdot h \\ j \cdot h \end{pmatrix} \quad i, j = 0, \dots, N$$

mit $h = \frac{1}{N}$ und $N = 20$. Lösen Sie das Anfangsrandwertproblem im Einheitsquadrat $\Omega = (0, 1)^2$

$$\begin{aligned} \dot{u} &= \Delta u \\ u(x, t) &= 0, \quad \forall x \in \Gamma = \delta \Omega, \quad \forall t \in [0, T] \\ u(x, 0) &= u_0(x) \quad \forall x \in \Omega \end{aligned}$$

wobei

$$u_0(x) = \begin{cases} 1, & x \in [0.4, 0.6]^2 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

Verwenden Sie dazu eine Finite-Differenzen-Diskretisierung mit dem 5-Punkte-Stern auf obigem Gitter und explizitem Euler für die Zeit. Verwenden Sie dabei eine Zeitschrittweite, die eine stabile Lösung erlaubt.

Visualisieren Sie Ihr Ergebnis bis $T = 5$ und beobachten Sie das Verschwinden des Weihnachtsquadrats.

(Anmerkung: Eigentlich sollte es ein Weihnachtsstern sein, dafür bräuchten wie aber Finite Elemente.)