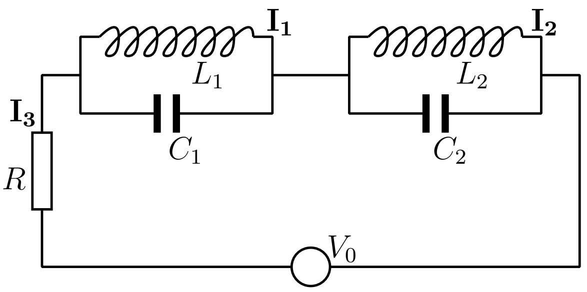
Prof. Dr. V. Schulz / Ilia Gherman Wintersemester 2003/2004

Übungen Numerik II

Blatt 6

Aufgabe 1: Betrachten Sie die gekoppelten Schwingkreise



beschrieben durch die implizite Differentialgleichung

$$
\begin{array}{rcl}
L_1\,\ddot{I}_1 & - & \dfrac{1}{C_1}\left(\dfrac{V_0}{R} - I_1\right) & = & 0 \\
L_2\,\ddot{I}_2 & - & \dfrac{1}{C_2}\left(\dfrac{V_0}{R} - I_2\right) & = & 0 \\
L_1\,\dot{I}_1 & + & L_2\,\dot{I}_2 + R\cdot I_3 + V_0 & = & 0
\end{array}
$$

für Konstanten $L_1, L_2, C_1, C_2, V_0, R \in \mathbb{R}$

a) Ist es eine DAE? Falls ja, von welchem Index?

b) Versuchen Sie eine numerische Simulation für nicht-triviale Anfangswerte (mit einigermaßen ausführlicher Beschreibung).

c)* Zusatzaufgabe für Hochmotivierte (4 Extrapunkte): Vergleichen Sie die obige DAE für den Fall $V_0 = R = 0$ (hier: $0/0 = 0$) und $C_1 = C_2$ mit einer DAE, die zwei starr gekoppelte Pendel beschreibt.

Aufgabe 2: Zeigen Sie, dass bei Index-1-DAE die algebraische Variable die gleiche Konvergenzordnung besitzt wie die differentielle, falls bei der Konstruktion des Integrators der Satz über implizite Funktionen verwendet wurde und entsprechende Schranken (welche?) für die Ableitungen von f und g erfüllt sind.

Aufgabe 3: Betrachten Sie die DAE

$$N\dot{y}(t) = y(t) + q(t)$$

mit einer konstanten nilpotenten Matrix $N \in \mathbb{R}^{n\times n}$.

Zeigen Sie, dass die Lösung $y(t)$ explizit in Abhängigkeit von Potenzen von N und Ableitungen von q angegeben werden kann.