Prof. Dr. V. Schulz / Dr. S.B. Hazra Wintersemester 2003/2004

Übungen Numerik II

Blatt 2

Aufgabe 1: Zeigen Sie über die Äquivalenz der AWP

für $z(t), y(t) \in \mathbb{R}^n$

$$\begin{array}{lll} \dot{y} = f(t, y) & \Longleftrightarrow & \begin{pmatrix} \dot{z} \\ \dot{z}_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(z_{n+1}, z) \\ 1 \end{pmatrix} \\ y(t_0) = y_0 & & z(0) = y_0 \\ & & z_{n+1}(0) = t_0 \end{array}$$

dass im Butcher-Tableau für expl. RK-Methoden gelten muss

$$c_i = \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} \quad \forall i = 2, \ldots, s$$

damit die Zeit richtig integriert wird.

Aufgabe 2: Betrachten Sie für $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^n, y : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^n$ die Differentialgleichung

$$\dot{y}(t) = f(t)$$

a) Zeigen Sie, dass in diesem Fall folgende Äquivalenzen zu Quadraturformeln gelten

$$\begin{array}{rcl} \text{Heun} & \Longleftrightarrow & \text{Trapezregel} \\ \text{klass. Runge-Kutta} & \Longleftrightarrow & \text{Simpson} \\ \text{3/8-Regel} & \Longleftrightarrow & \text{pulcherrima} \end{array}$$

b) Zeigen Sie, dass sich für diese Differentialgleichung folgende Bedingung für die R-K-Koeffizienten ergibt

$$1 = \sum_{i=1}^{s} b_i$$

Aufgabe 3: Zeigen Sie: Wendet man ein explizites s-stufiges RK-Verfahren auf die Differentialgleichung

$$\dot{y} = \lambda y$$

an mit $\lambda \in \mathbb{R}$, so gilt für die Stufen

$$k_l = P_l(h \cdot \lambda) u_i \ , l = 1, \ldots, s$$

mit Polynomen P_i vom Grad höchstens i

Aufgabe 4: Programmieren Sie `mouse_flow.m` um, sodass zusätzlich das Ergebnis des expliziten und des impliziten Eulerverfahrens angezeigt wird. Stellen Sie Beobachtungen für verschiedene Schrittweiten an.