Prof. Dr. V. Schulz / Ilia Gherman Wintersemester 2003/2004

Übungen Numerik II

Blatt 11

Aufgabe 1: Zeigen Sie: Falls für $u \in L^2([0,1])$ die klassische Ableitung existiert, stimmt sie mit der schwachen überein.

Aufgabe 2: Stellen Sie für das RWP

$$\begin{aligned} &-u'' = f \text{ in } \Omega = (0,1) \\ &u(0) = u(1) = 0 \end{aligned}$$

das FE-Gleichungssystem für Dachfunktionen auf dem Gitter $0 = \tau_0 < \tau_1 < \ldots < \tau_{N+1} = 1$ auf.

Betrachten Sie dabei die Randknoten ebenfalls als Freiheitsgrade und formulieren Sie die Dirichlet-Bedingungen explizit, d.h. $u_0 = u_{N+1} = 0$

Aufgabe 3: Von der Numerik II-homepage können Sie sich unter "Blatt 11" Matlab-Files herunterladen, die folgendes Randwertproblem lösen

$$\begin{aligned} -\Delta u &= 0 \text{ in } \Omega = (0,5) \times (0,10) \\ u(x) &= 0 \quad \forall x \text{ mit } x_1 = 0 \text{ oder } x_2 = 0 \\ u(x) &= 100 \sin\left(\tfrac{\pi \cdot x_1}{10}\right) \quad , x_2 = 10 \\ \frac{\partial u}{\partial \vec{n}}(x) &= 0 \quad , x_1 = 5 \end{aligned}$$

Ein Bild zum zugehörigen Diskretisierungsgitter finden Sie als "Figure 5.9.1" im Buch

Kuron: The finite element method using MATLAB, 2000 (Semesterapparat Schulz)

Ändern Sie die Programme so ab, dass folgendes RWP gelöst wird:

$$\begin{aligned} -\Delta u &= 1 \text{ in } \Omega = (0,5) \times (0,10) \\ u(x) &= 0 \quad \forall x \text{ mit } x_1 = 0 \text{ oder } x_2 = 0 \text{ oder } x = 10 \\ \frac{\partial u}{\partial \vec{n}}(x) &= 0 \quad , x_1 = 5 \end{aligned}$$