

**Übungen Numerik II**Blatt 10Aufgabe 1: Man zeigefür:  $v : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^n$ ,  $\varphi : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  hinreichend glatt:

$$\int_{\Omega} \varphi \operatorname{div} v \, dV = - \int_{\Omega} (\operatorname{grad} \varphi) \cdot v \, dV + \int_{\partial\Omega} (\varphi v, \vec{n}) \, dA$$

Aufgabe 2: Auf dem Intervall  $[0, 1]$  betrachte man die (nicht gleichmäßig elliptische) Bilinearform

$$a(u, v) := \int_0^1 x^2 u'(x) v'(x) \, dx$$

Man zeige, dass die Aufgabe

$$\min_{u \in H_0^1(0,1)} \frac{1}{2} a(u, u) - \int_0^1 u \, dx$$

keine Lösung in  $H_0^1(0, 1)$  besitzt

(Tipp: wie lautet die zugehörige gewöhnliche DGL)

Aufgabe 3: Betrachten Sie für  $\Omega = (0, 1)$  das RWP

$$\begin{aligned} \Delta u &= 0 \\ u(0) &= 1, \quad u(1) = 0 \end{aligned}$$

und bestimmen Sie die schwache Lösung entsprechend dem Ritz-Galerkin-Ansatz in dem Raum

$$P_3 := \{ \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2 + \alpha_3 x^3 \mid \alpha_i \in \mathbb{R}, i = 1, \dots, 4 \}$$