

Übungen Numerik IBlatt 9

Aufgabe 1: Betrachten Sie für das GLS $Ax = b$ die Iteration

$$W(x^m - x^{m+1}) = Ax^m - b$$

in der sogenannten "3. Normalform".

Stellen Sie zwischen der Matrix C der 2. Normalform und der Matrix W einen Zusammenhang her.

Aufgabe 2: Zeigen Sie: Für eine Iteration in der 1. Normalform gilt

$$x^m = M^m x^0 + \sum_{k=0}^{m-1} M^k N b, \quad m \geq 0$$

Aufgabe 3: Betrachten Sie obere Dreiecksmatrizen

$$A, C \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$$

Leiten Sie Bedingungen an die Einträge der Matrix C für die Konvergenz der Iteration

$$x^{m+1} = x^m - C^{-1}(Ax^m - b)$$

her.

Aufgabe 4:* Bestimmen Sie für die Iteration in Blatt 7/Aufgabe 4 die empirische Kontraktionszahl (s.u.) in Abhängigkeit von n . Lässt sich ein Gesetz der Form

$$\frac{\|e^{m+1}\|}{\|e^m\|} \approx 1 - \mathcal{O}(n^p) \text{ mit } p \in \mathbb{Z} \text{ finden?}$$