

Übungen Numerik I11. und letztes Übungsblatt

Aufgabe 1: Betrachten Sie für das Nullstellenproblem

$$f(x) = 0, \quad f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$$

mit

$$f(x) = Ax - b, \quad A \in GL(n, \mathbb{R}), \quad b \in \mathbb{R}^n$$

die Newton-Iteration $x^{k+1} = x^k - M(x^k)f(x^k)$ mit

$$M(x^k) := M \in \mathbb{R}^{n \times n}, \quad \forall k.$$

Zeigen Sie, dass hierbei für die Krümmungs-Lipschitz-Konstante $\omega = 0$ gewählt werden kann und die Konvergenz im Sinne des Kontraktionssatzes äquivalent zu $\rho(I - MA) < 1$ ist.

Aufgabe 2:* Konstruieren Sie ein Newtonverfahren zur Bestimmung von

$$\sqrt[n]{a}, \quad a \in \mathbb{R}, \quad a > 0, \quad n \in \mathbb{N}$$

und testen Sie es am Beispiel $n=2, a=2$. Beobachten Sie, wieviele Nachkommastellen (beginnend bei $x^0 = 2$) korrekt sind nach $m = 1, \dots, 4$ Iterationen.