

Übungen Numerik IBlatt 10

Aufgabe 1: Zeigen Sie für das GLS $Ax = b$, dass folgende lineare Iterationen in den angegebenen Fällen in einem Schritt konvergieren

- a) Richardson-Iteration, falls $A = \alpha I$, $\alpha \in \mathbb{R}$
- b) Jacobi-Iteration, falls $A = \text{diag}(d)$, $d \in \mathbb{R}^n$
- c) Gauß-Seidel-Iteration, falls A untere Dreiecksmatrix

Aufgabe 2: Schreiben Sie das Gauß-Seidel-Verfahren in 2. Normalform und zeigen Sie für die Iterationsmatrix

$$M^{GS} = I - (D - E)^{-1}A \quad ,$$

wenn $A = D - E - F$ (vgl. Vorl.)

Aufgabe 3: Zeigen Sie, dass die Matrix W der 3. Normalform des symmetrischen Gauß-Seidel-Verfahrens symmetrisch ist, falls die Systemmatrix A symmetrisch ist.

Aufgabe 4:* Programmieren Sie eine Matlab-Routine für die inverse Iteration von Wielandt (Sie dürfen " $A \setminus$ " für A^{-1} verwenden) und berechnen Sie damit die Eigenwerte der Matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$