V. Schulz / K. Welker Wintersemester 2013/2014

Übungen Differentialgeometrie

Blatt 9

Aufgabe 1: Berechnen Sie zu der Menge

$$\mathrm{M} := \{\mathrm{x} \in \mathbb{R}^2 \mid \max\{|\mathrm{x}_1|, |\mathrm{x}_2|\} = 1\}$$

einen C^∞–Atlas. Konstruieren Sie einen analogen C^∞–Atlas für ein Dreieck D und zeigen Sie, dass es einen Homöomorphismus zwischen M und D gibt.

Aufgabe 2: A sei eine beliebige Indexmenge und M, N seien zwei differenzierbare Mannigfaltigkeiten mit $\dim(\mathrm{M}) = \mathrm{m}$, $\dim(\mathrm{N}) = \mathrm{n}$. Zudem sei $(\mathrm{U}_\alpha^\mathrm{M}, \mathrm{x}_\alpha^\mathrm{M})$ eine Karte von M und $(\mathrm{U}_\beta^\mathrm{N}, \mathrm{x}_\beta^\mathrm{N})$ eine Karte von N $(\alpha, \beta \in \mathrm{A})$. Der *Rang* einer glatten Funktion $\mathrm{f}\colon \mathrm{M} \to \mathrm{N}$ an $\mathrm{p} \in \mathrm{M}$ ist definiert als die Dimension des Ranges von

$$\mathrm{D}\left(\mathrm{x}_\beta^\mathrm{N} \circ \mathrm{f} \circ (\mathrm{x}_\alpha^\mathrm{M})^{-1}\right)\big(\mathrm{x}_\alpha^\mathrm{M}(\mathrm{p})\big)\colon \mathbb{R}^\mathrm{m} \to \mathbb{R}^\mathrm{n}.$$

Zeigen Sie, dass diese Definition des Ranges unabhängig von der Wahl der Karten ist.