V. Schulz Wintersemester 2013/2014

Übungen Differentialgeometrie

Blatt 5

Aufgabe 1 (=Blatt 4, Aufgabe 2):

a) Zeigen Sie, dass die Zylindermantelfläche
$$Z = \{x \in \mathbb{R}^3 \big| x_1^2 + x_2^2 = 1\}$$
isometrisch zum $\mathbb{R}^2$ ist.

b) Bestimmen Sie alle Geodätischen in Z .

Aufgabe 2: Berechnen Sie die Matrix der ersten Fundamentalform für die lokale Parametrisierung der Sphäre

$$(\varphi, \theta) \longmapsto (\cos\varphi \cdot \cos\theta,\, \sin\varphi \cdot \cos\theta,\, \sin\theta)$$

Aufgabe 3: Sei $\varphi : U \to M \subset \mathbb{R}^3$ lokale Parametrisierung der zweidimensionalen Untermannigfaltigkeit M.

a) Zeigen Sie, dass es in $p \in \varphi(U)$ einen bis auf das Vorzeichen eindeutig bestimmten Vektor $n_p \perp T_pM$ mit $\|n_p\|_2 = 1$ gibt.

b) Zeigen Sie, dass die Abb. $n : M \to S^2, p \longmapsto n_p$ (Gaußabb.) differenzierbar definiert werden kann und dass

$$n_{*p} : T_pM \to T_pM \qquad \text{(Weingartenabb.)}$$

(Tipp: Kreuzprodukt)