

Übungen DifferentialgeometrieBlatt 4

Aufgabe 1 = Aufgabe 3 von Blatt 3: Betrachten Sie $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^k$ und die Nullstellenmenge $M := f^{-1}(\{0\})$. Es gelte $\text{rang}(Df(p)) = k, \forall p \in M$.

Verallgemeinern Sie die Definition des Tangentialraums $T_p M$ auf diesen Fall und zeigen Sie, dass gilt

$$T_p M = \text{Kern}(Df(p)) = \{v \in \mathbb{R}^n \mid v \perp \nabla f_i(p), i = 1, \dots, k\}$$

Aufgabe 2:

- a) Zeigen Sie, dass die Zylindermantelfläche

$$Z = \{x \in \mathbb{R}^3 \mid x_1^2 + x_2^2 = 1\}$$

isometrisch zum \mathbb{R}^2 ist.

- b) Bestimmen Sie alle Geodätischen in Z .