

10. Gruppenübung zur Linearen Algebra

G22: Die lineare Abbildung $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ sei definiert durch

$$f(x) := (x_2 - x_1, x_3 - x_2, x_4 - x_3)^\top \quad (x = (x_1, x_2, x_3, x_4)^\top).$$

(vgl.. Aufgabe G20). Durch welche Matrix wird die duale Abbildung f^* bzgl. der zu den kanonischen Basen dualen dargestellt? Was ist $\text{rang}(f)$?

G23: Es seien K ein Körper und $V = K^n$. Zeigen Sie: Für $f : V \rightarrow K$ sind folgende Aussagen äquivalent:

a) $f \in V^*$.

b) Es existiert ein Vektor $c \in V$ mit $f(x) = c^\top x$ für alle $x \in V$.

Wir sehen im Falle $K = \mathbb{R}$ und $n = 2$ die linearen Funktionale damit aus?