L. Tietze
C. Zimmer WS 2010/2011
28.11.2011

7. Übung Konzepte der Analysis

Aufgabe 1

Es seien (Ω, φ, μ) ein Maßraum und (Y, d) ein metrischer Raum. Ferner sei $T: \Omega \to Y$ messbar. Dann gilt für $f : Y \to \mathcal{K} : f \in \mathcal{M}_+(Y, \mathcal{B})$ (bzw. $f \in \mathcal{L}^1(\Omega, \mathcal{B}, \mu^T)$) genau dann, wenn $f \circ T \in \mathcal{M}^+(\Omega, \varphi)$ (bzw. $f \circ T \in \mathcal{L}^1(\Omega, \varphi, \mu)$) und dann gilt

$$\boldsymbol{\int f d\mu^T = \int (f \circ T) d\mu}$$

Beweisen Sie mit Standardschluss, dass die Transformationsformel gilt. (Beachte: φ entspricht $\mathscr{S}$ aus Satz 5.4 → *Transformationsformel*)

Aufgabe 2

Sei X eine auf einem diskreten Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, P) definierte Zufallsvariable mit Werten in $\mathbb{N}_0$ und $X \sim P(\lambda)$ (*Poissonverteilung*), $\lambda > 0$. Zeigen Sie:

$$\boldsymbol{EX = \lambda\,.}$$