

5. Übung zur Funktionentheorie

Abgabe: Dienstag, 22.05.2007, vor der Vorlesung.

HausübungenH9: Finden Sie eine Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit folgenden Eigenschaften:

- (i) f ist analytisch in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$,
- (ii) $f \in C^\infty(\mathbb{R})$,
- (iii) $f|_{(-\infty, 0]} \equiv 0$ und $f \not\equiv 0$.

H10: Es sei $f \in H(\mathbb{D})$ mit $f(0) = 0$ und $|f(z)| \leq 1$ für alle $z \in \mathbb{D}$. Zeigen Sie:

- (i) Es gilt $|f(z)| \leq |z|$ ($z \in \mathbb{D}$) und $|f'(0)| \leq 1$.
- (ii) Ist $|f(z)| = |z|$ für ein $z \in \mathbb{D} \setminus \{0\}$ oder $|f'(0)| = 1$, so ist $f(z) = cz$ für eine Konstante c mit $|c| = 1$.