

2. Übung zur Funktionentheorie

Abgabe: Mittwoch, 02.05.2007, vor der Übung.

HausübungenH3: a) Für welche $z \in \mathbb{C}$ gilt $\log(e^z) = z$?

b) Am Schluss eines Briefes vom 17. Juni 1746 an Goldbach schreibt Euler:
“*Letztens habe gefunden, dass diese expressio $(\sqrt{-1})^{\sqrt{-1}}$ einen valorem realem habe, welcher in fractionibus decimalibus = 0,2078795763, welches mir merkwürdig zu seyn scheint*”.

Was sagen Sie dazu?

H4: Es sei $f : \mathbb{C} \setminus \{\pm i\} \rightarrow \mathbb{C}$ definiert durch

$$f(z) = \frac{1}{1+z^2} \quad (z \neq \pm i).$$

- a) Zeigen Sie: f besitzt auf $G := \mathbb{C} \setminus \{it : t \in \mathbb{R}, |t| \geq 1\}$ eine Stammfunktion F mit $F(0) = 0$.
- b) Bestimmen Sie die Potenzreihenentwicklung von F mit Entwicklungsmitte $z_0 = 0$.
- c) Existiert eine Stammfunktion von f auf $\mathbb{C} \setminus \{\pm i\}$?