

11. Übung zur Funktionentheorie

Abgabe: Dienstag, 10.07.2007, vor der Vorlesung.

**Hausübungen**

H21: Es sei  $P$  ein Polynom vom Grad  $n \in \mathbb{N}$ , und es seien  $z_1, \dots, z_n$  die Nullstellen von  $P$ . Zeigen Sie:

a) Für  $z \in \mathbb{C} \setminus \{z_1, \dots, z_n\}$  gilt

$$\frac{P'(z)}{P(z)} = \sum_{\nu=1}^n \frac{1}{z - z_\nu}.$$

b) Die Nullstellen von  $P'$  liegen in der konvexen Hülle der Menge  $\{z_1, \dots, z_n\}$  (d.h. ist  $z_0$  eine Nullstelle von  $P'$ , so existieren  $\lambda_1, \dots, \lambda_n \in [0, 1]$  mit  $\sum_{\nu=1}^n \lambda_\nu = 1$  und  $z_0 = \sum_{\nu=1}^n \lambda_\nu z_\nu$ ).

H22: Es sei  $P_n(z) = \sum_{\nu=0}^n (\nu + 1)z^\nu$ . Zeigen Sie:

a) Für alle  $r < 1$  existiert ein  $N = N(r) \in \mathbb{N}$  mit  $P_n(z) \neq 0$  für alle  $n \geq N$  und  $|z| < r$ .

b) Alle Nullstellen von  $P_n$  liegen in  $|z| \leq 1$ .