J. Müller

WiSe 2019/2020
15.01.2020

9. Übung zur Höheren Funktionentheorie

A33: Es seien $U, V \subset \mathbb{C}$ Gebiete und $f : U \to U$ sowie $g : V \to V$ holomorph. Dann heißen f und g konjugiert, falls eine konforme Abbildung $\varphi : U \to V$ existiert mit $g \circ \varphi = \varphi \circ f$.

a) Es seien $U := \mathbb{C} \setminus \overline{\mathbb{D}}$ und $V := \mathbb{C} \setminus [-2, 2]$. Überlegen Sie sich, dass $f : U \to U$ und $g : V \to V$ mit $f(z) = z^2$ für $z \in U$ und $g(w) = w^2 - 2$ für $w \in V$ konjugiert sind.

   Hinweis: Joukowski-Abbildung.

b) Bestimmen Sie $F(g)$ und $J(g)$.

A34: Es seien K ein kompakte Menge in $\mathbb{C}$ und (f_n) eine Folge in $H(\mathbb{C})$. Zeigen Sie: Ist G die unbeschränkte Komponente von $\mathbb{C} \setminus K$ und ist (f_n) auf G lokal gleichmäßig konvergent gegen $f \in H(G)$, so ist (f_n) auch lokal gleichmäßig konvergent auf $\mathbb{C}$.

A35: Es sei X ein perfekter und vollständiger metrischer Raum. Beweisen Sie, dass jede nichtleere offene Menge $U \subset X$ überabzählbar ist.

Hinweis: Verwenden Sie den Satz von Baire.

A36: Es sei $f \in H(\mathbb{C})$ nicht injektiv. Zeigen Sie:

a) Hat f einen Fixpunkt a, so gilt $J(f) \neq \varnothing$ oder $f^{\circ n} \to a$ lokal gleichmäßig auf $\mathbb{C}$.

b) Hat f zwei Fixpunkte, so ist $J(f) \neq \varnothing$.