J. Müller

WiSe 2019/2020
20.11.2019

4. Übung zur Höheren Funktionentheorie

A13: Es seien $\Omega \subset \mathbb{C}$ offen und $f \in M(\Omega)$. Zeigen Sie:

a) $(1/f)^{\#} = f^{\#}$.

b) Sind $D \subset \mathbb{C}$ offen und $g \in H(D)$ mit $g(D) \subset \Omega$, so ist $f \circ g \in M(D)$ und es gilt die sphärische Kettenregel
$$(f \circ g)^{\#} = (f^{\#} \circ g)\,|g'|.$$

A14: Es seien (K, d_K) ein kompakter und (S, d) ein vollständiger metrischer Raum. Zeigen Sie:

a) Sind $f_n, f \in C(K, S)$ mit $f_n \to f$ und ist (x_n) eine Folge in K mit $x_n \to a \in K$, so gilt
$$d(f_n(x_n), f(a)) \to 0 \quad (n \to \infty).$$

b) Ist $\mathcal{F} \subset C(K, S)$ relativ kompakt, so ist $\mathcal{F}$ gleichgradig stetig.

A15: Es seien $\Omega \subset \mathbb{C}$ offen und (f_m) eine Folge in $H(\Omega)$ mit $f_m \to f$ lokal gleichmäßig auf Ω. Beweisen Sie: Ist $a \in \Omega$ und ist f nicht lokal konstant an a, so gilt für alle genügend kleinen $r > 0$
$$\sum_{z \in U_r(a)} n(f_m, z) = \sum_{z \in U_r(a)} n(f, z)$$
bis auf endliche viele m.

Hinweis: Satz von Rouché.

A16: Es sei $\Omega \subset \mathbb{C}$ offen. Beweisen Sie: Ist (f_n) eine Folge in $M(\Omega)$ mit $f_n \to f$ sphärisch lokal gleichmäßig, so gilt $f_n^{\#} \to f^{\#}$ lokal norm-gleichmäßig.

Hinweis: Verwenden Sie Bemerkung 3.12.