

3. Übung zur Approximationstheorie

Ü7: Zeigen Sie: Ist $g \in C[-1, 1]$ und $f = g \circ \cos$, so gilt

$$\hat{f}(\nu) + \hat{f}(-\nu) = \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 g(x) T_\nu(x) \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \quad (\nu \in \mathbb{N})$$

und

$$\hat{f}(0) = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 g(x) \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}.$$

Ü8: Beweisen Sie: Ist $P \in \mathcal{P}_n$, so gilt

$$|P'(x)| \leq \frac{n}{\sqrt{1-x^2}} \|P\|_{\infty, [-1,1]} \quad (x \in (-1, 1)).$$

Ü9: Für $K \subset \mathbb{C}$ kompakt sei

$$A(K) := \{f \in C(K) : f|_{K^0} \text{ holomorph}\}.$$

Zeigen Sie:

- $A(K)$ ist ein abgeschlossener Teilraum von $C(K)$.
- Für alle $f \in A(\overline{\mathbb{D}})$ gilt

$$E_n(f, \overline{\mathbb{D}}) \rightarrow 0 \quad (n \rightarrow \infty)$$

und

$$\|f - S_n(f)\|_{\overline{\mathbb{D}}} \leq (4 + \ln n) E_n(f, \overline{\mathbb{D}}).$$