

5. Übung zur Analysis II

Abgabe: Dienstag, 30.05.2006, vor der Vorlesung

Hausübungen

H13: Zeigen Sie: Ist $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ monoton, so ist f eine Regelfunktion.

H14: a) Für $\alpha \in \mathbb{R}$ sei $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) := \begin{cases} x^\alpha & , \text{ falls } x = \frac{1}{n} \text{ für ein } n \in \mathbb{N} \\ 0 & , \text{ sonst} \end{cases} .$$

Für welche α ist f eine Regelfunktion? Bestimmen Sie ggfs. $\int_a^b f$.

b) Es sei $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) := \begin{cases} 1/q & , \text{ falls } x = p/q \text{ mit } p, q \in \mathbb{N} \text{ teilerfremd} \\ 0 & , \text{ sonst} \end{cases} .$$

Überlegen Sie sich, dass f eine Regelfunktion ist, und berechnen Sie $\int_a^b f$.

H15: Bestimmen Sie folgende Integrale

$$(i) \quad \int x e^{-x} dx \quad , \quad (ii) \quad \int \frac{\ln x}{x} dx \quad (x > 0) \quad ,$$

$$(iii) \quad \int_0^1 \arctan x dx \quad , \quad (iv) \quad \int \sqrt{1+x^2} dx \quad .$$