

## 11. Übung zur Vorlesung Elemente der Analysis II

### Gruppenübungen

G25: Es seien  $E, F$  normierte Räume und es sei  $f : M \rightarrow F$ , wobei  $M \subset E$ . Die Funktion  $f$  heißt gleichmäßig stetig auf  $M$ , falls für alle  $\varepsilon > 0$  ein  $\delta_\varepsilon > 0$  existiert mit

$$\| f(x_1) - f(x_2) \| < \varepsilon \quad \text{für alle } x_1, x_2 \in M \text{ mit } \| x_1 - x_2 \| < \delta_\varepsilon.$$

Zeigen Sie: Die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2$ , ist nicht gleichmäßig stetig auf  $\mathbb{R}$ .

G26: Berechnen Sie  $\int_0^1 x^2 dx$  mit Hilfe der Definition des Integrals.

G27: Beweisen Sie, dass jede Funktion  $f \in R[a, b]$  beschränkt ist.

### Hausübungen

H28: Es seien  $E, F$  normierte Räume und es sei  $f : M \rightarrow F$ , wobei  $M \subset E$ .

Zeigen Sie: Ist  $M$  kompakt und ist  $f$  stetig auf  $M$ , so ist  $f$  gleichmäßig stetig auf  $M$ .

H29: Zeigen Sie: Sind  $f, g \in R[a, b]$ , so ist auch  $f \cdot g \in R[a, b]$ .

H30: Berechnen Sie  $\int_1^2 x^2 dx$  mit Hilfe der Definition des Integrals.