

Stochastische Prozesse I

Übungen

Besprechungstermin: 8.1.09, 14.00 Uhr

Aufgabe 31. (Bewertungsschranken für amerikanische Claims)

$C = (C_n)_{0 \leq n \leq N}$ sei ein hedgebarer amerikanischer Claim im N -Perioden Marktmodell mit $\mathcal{F}_0 = \{\emptyset, \Omega\}$ und $\mathbb{P} \neq \emptyset$. Zeigen Sie:

$$\sup_{0 \leq n \leq N} E_Q\left(\frac{\beta_n}{\beta_0} C_n\right) \leq \Pi^*(C) \leq N \sup_{0 \leq n \leq N} E_Q\left(\frac{\beta_n}{\beta_0} C_n\right) \quad \forall Q \in \mathbb{P}.$$

Aufgabe 32.

Im N -Perioden-Marktmodell mit Risikoneutralität und $\mathcal{F}_0 = \{\emptyset, \Omega\}$ sei H eine Hedgingstrategie für den amerikanischen Claim $C = (C_n)_{n \in I}$ und K eine (europäische) Hedgingstrategie für C_N . Zeigen Sie:

$$\Pi^*(C) = \Pi(C_N) \Rightarrow V(H) = V(K)$$

Aufgabe 33. (Put-Call "Parität" für amerikanische Optionen)

Im N -Perioden-Modell mit Risikoneutralität, $\mathcal{F}_0 = \{\emptyset, \Omega\}$, $\beta_n \downarrow$, β_n deterministisch, seien $C = (C_n)_{n \in I}$, $C_n := (S_n^k - K)^+$, $D = (D_n)_{n \in I}$, $D_n := (K - S_n^k)^+$ (amerikanisch) hedgebar. Zeigen Sie:

$$S_0^k - K \leq \Pi^*(C) - \Pi^*(D) \leq S_0^k - \frac{K}{\beta_0} \beta_N.$$

Aufgabe 34.

Berechnen Sie im CRR-Modell mit $A_0 = 4$, $u = 2$, $d = 1/2$, $r = 0,25$ und $N = 2$ den Preis einer amerikanischen Put Option mit Strike $K = 5$. Berechnen Sie zum Vergleich auch den Preis des europäischen Put.

Hinweis: Beispiel 6.6