

Stochastische Prozesse I**Übungen****Besprechungstermin: 29.1.09, 14.00 Uhr**Aufgabe 39 (Modifikation vs Nicht-Unterscheidbarkeit) X, Y seien reelle Prozesse und X sei eine Modifikation von Y . Zeigen Sie: X, Y f.s. cad oder X, Y f.s. cag $\implies X = Y$ f.s. (nicht unterscheidbar)(I = $[0, T]$ oder $I = \mathbb{R}_+$).Aufgabe 40 (BM, quadratische Variation) $W = (W_t)_{t \geq 0}$ sei eine BM und $t > 0$. Zeigen Sie für die Zerlegungsfolge $\{tk/2^n : k \in \{0, \dots, 2^n\}\}$, $n \in \mathbb{N}$ von $[0, t]$:

$$\sum_{k=1}^{2^n} |W_{tk/2^n} - W_{t(k-1)/2^n}|^2 \longrightarrow [W]_t \text{ f.s.}$$

Aufgabe 41 $X = (X_t)_{t \geq 0}$ sei ein f.s. stetiger Prozess und f.s. von beschränkter Variation auf $[0, T]$. Zeigen Sie:

$$\forall t \in [0, T] : [X]_t = 0.$$

Aufgabe 42 (Poisson-Prozess, quadratische Variation) $X = (X_t)_{t \geq 0}$ sei ein Poisson-Prozess mit Intensität $c > 0$ und $M = (M_t)_{t \geq 0}$, $M_t := X_t - ct$ (kompensierter Poisson-Prozess). Zeigen Sie für die quadratische Variation:

$$[X]_t = [M]_t = X_t, t \geq 0.$$