

Vorlesung

Stochastische Prozesse I (und Math. Finance)

I Prozesse und Modelle in diskreter Zeit

1 Martingale

Stochastische Prozesse, Filtrationen, Martingale (Submartingale, Supermartingale), random walk, geometric random walk, Pólyas Urnenmodell, Martingaltransformierte, vorhersehbare Folgen, Glücksspiel, Darstellungseigenschaft, Doob-Zerlegung, Kompensator, quadratische Variation, quadratische Charakteristik.

2 Stoppzeiten, lokale Martingale, Martingalkonvergenz

Stoppzeiten, σ -Algebra der τ -Vergangenheit, erste Eintrittszeiten, gestoppte Folgen, optional stopping, optional sampling, reguläre Stoppzeiten, Glücksspiel, Ruinproblem, lokalisierende Folgen von Stoppzeiten, lokale Martingale, Doobsche Maximalungleichungen, fast sichere und \mathcal{L}^1 -Konvergenz von Martingalen, Pólyas Urnenmodell.

3 Markov-Prozesse

Übergangskerne/Markov-Kerne, zeitlich homogene Markov-Prozesse, stochastische dynamische Systeme, harmonische (subharmonische, superharmonische) Funktionen und Martingale.

4 Preistheorie für europäische Optionen

N-Perioden Marktmodell, selbstfinanzierende Handelsstrategien, Arbitragestrategien, äquivalentes Martingalmaß (Risikoneutralität), Diskontierung, No Arbitrage Theorem, Hedge für europäische Claims, Preisformel, Put-Call Parität, Vollständigkeit, Eindeutigkeit des äquivalenten Martingalmaßes.

5 CRR-Modell

Cox, Ross, Rubinstein (1979), Arbitragefreiheit, Eindeutigkeit des äquivalenten Martingalmaßes, Vollständigkeit, Markoveigenschaft, Preisformel, Preisprozess, Hedge-Strategien.

II Prozesse und Modelle in stetiger Zeit

6 Lévy-Prozesse, Brownsche Bewegung, Gauß-Prozesse

Reelle Lévy-Prozesse, Poisson-Prozess, Brownsche Bewegung (BM, Wiener-

Prozess), Faltungshalbgruppen, unbegrenzt teilbare Verteilungen, stochastische Stetigkeit, Gauß-Prozesse, Kovarianzfunktion, äquivalente Prozesse, Modifikation, nicht unterscheidbare Prozesse, Kolmogorov-Kriterium für stetige Modifikationen, cadlag Modifikationen für Lévy-Prozesse, quadratische Variation der BM, d -dimensionale Brownsche Bewegung (BM^d).

7 Filtrationen

cad Filtrationen, \mathcal{F}_+ -Stopppzeiten, augmentierte Filtrationen, \mathcal{F} -Lévy-Prozesse, \mathcal{F} -BM.

8 Martingale

Doléans-Exponential der BM, geometrische BM, Martingalcharakterisierungen der BM, cadlag Modifikation.

9 Markov-Prozesse

Markov-Halbgruppen (HG), Brownsche HG, zeitlich homogene Markov-Prozesse, Markov-HG für Lévy-Prozesse, "Black-Scholes" HG für geometrische BM, 0-1-Gesetz von Blumenthal.

10 Black-Scholes Modell

Black und Scholes (1973), Samuelson (1965), diskontierter Aktienpreisprozess, äquivalentes Martingalmaß, Satz von Girsanov (einfachster Fall), Preisprozess für europäische Claims, Preisformel für pfadunabhängige Claims, BS-Preis für Call, Put-Call Parität, Greeks, BS-PDGL für Call, historische und implizite Volatilität.