

Übungen zur Wahrscheinlichkeitsrechnung I

Hinweis: Die Aufgaben werden in der Übung am Dienstag, dem 14.11.2006, mit Beginn 16.15 Uhr im Raum E 45 besprochen.

Aufgabe 6

(a) Seien A, B und C endliche Mengen. Zeigen Sie:

(i) $|A \setminus B| = |A - (A \cap B)| = |A| - |A \cap B|;$

(ii) $|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|;$

(iii) $|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C|$
 $+ |A \cap B \cap C|.$

(b) Beschreiben Sie mithilfe von (i) bzw. (iii) in (a) zwei Lösungswege für die Berechnung der Anzahl der Elemente von $\Omega = \{1, \dots, 6\}^3$, bei denen mindestens zwei Komponenten mit 6 übereinstimmen.

Aufgabe 7

(a) Ein Gasthaus bietet zu einem einheitlichen Preis Menüs in drei Gängen an, die man nach freier Wahl aus zwei Vorspeisen V_1, V_2 , drei Hauptgerichten H_1, H_2, H_3 und zwei Desserts D_1, D_2 zusammenstellen kann. Wie viel Möglichkeiten der Zusammenstellung eines Menüs gibt es?

(b) 10 Personen werden 4 nummerierte Karten für ein Fußballspiel angeboten. Es besteht nicht die Beschränkung, dass jede Person höchstens eine Karte erhält. Wie viel Kartenverteilungen gibt es?

(c) $n \in \mathbb{N}$ unterscheidbare Kugeln sollen auf drei durch die Zahlen 1, 2 und 3 gekennzeichnete Urnen verteilt werden. Berechnen Sie zu jeder der folgenden Situationen die Anzahl der verschiedenen Kugelnverteilungen, bei denen sie vorliegt:

(i) Urne 1 ist leer.

(ii) Urne 1 ist als einzige Urne leer.

(iii) Genau eine Urne ist leer.

(iv) Genau 2 Urnen sind leer.

(v) Mindestens eine Urne ist leer.

(vi) Keine Urne ist leer.

Aufgabe 8

- (a) Wie viel Spieltage sind in der 18 Vereine umfassenden Fußballbundesliga erforderlich? Beachten Sie die Unterscheidung zwischen Heimspiel und Auswärts-spiel.
- (b) Wie viel vierstellige Zahlen mit nur ungeraden, aber verschiedenen Ziffern gibt es?

Aufgabe 9

- (a) In einer Klasse von 23 Schülern soll ein Tischtennisturnier so ausgetragen werden, dass jeder gegen jeden genau einmal spielt. Wie viel Spiele müssen ausgetragen werden?
- (b) Aus den Buchstaben I, M, P und S sollen alle Wörter gebildet werden, in denen der Buchstabe I viermal, der Buchstabe M einmal, der Buchstabe P zweimal und der Buchstabe S viermal vorkommen.

Hinweis zu (b): Beachten Sie später Aufgabe 12 von Blatt 3.

Aufgabe 10

Seien $k, n \in \mathbb{N}$.

- (a) In einem Versandhauskatalog werden n verschiedene Artikel angeboten. Wie viel Möglichkeiten gibt es, eine Lieferung von k nicht notwendigerweise verschiedenen Artikeln zusammenzustellen?
- (b) Wie viel Möglichkeiten gibt es, n 1-€-Münzen an k Personen so zu verteilen, dass jede dieser Personen mindestens eine Münze erhält? Finden Sie für den Fall $\max\{2, k\} \leq n$ mindestens zwei Lösungswege.