

Numerik für Lehramt(SoSe 2012)

Übungsblatt 8

Abgabe: Di, 19. Juni 2012, bis 8³⁰ Uhr, *Kasten E4*

Groß/Sachs

im Foyer des E-Gebäudes

Aufgabe 16:

(2+2 Punkte)

Sei $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ und P_n das zu den äquidistanten Stützstellen $a_i = a + ih$, $i = 0, \dots, n$, $h = (b - a)/n$, gehörige Lagrange-Interpolationspolynom. Zeigen Sie, dass für die Quadraturformeln

$$\int_a^b f(x)dx \approx \int_a^b P_n(x)dx = h \sum_{i=0}^n \alpha_i f(a_i), \quad \alpha_i = \int_0^n \prod_{k=0, k \neq i}^n \frac{s - k}{i - k} ds$$

die folgenden Aussagen gelten:

i) $\alpha_{n-i} = \alpha_i$, $i = 0, \dots, n$

ii) $\sum_{i=0}^n \alpha_i = n$

Programmieraufgabe 1:

(8 Punkte)

Schreiben Sie ein Excel-Programm, welches die folgenden summierten Quadraturformeln

a) Summierte Trapezregel

$$T(h) = h \left(\frac{1}{2}f(a) + \frac{1}{2}f(b) + \sum_{i=1}^{N-1} f(x_i) \right),$$

wobei $x_i = a + ih$, $i = 0, 1, \dots, N$ und $h = \frac{b-a}{N}$.

b) Summierte Simpsonregel

$$S(h) = \frac{h}{3} \left(f(a) + 4f(x_1) + f(b) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} (f(x_{2i}) + 2f(x_{2i+1})) \right),$$

wobei $x_i = a + ih$, $i = 0, 1, \dots, 2N$ und $h = \frac{b-a}{2N}$.

für $N = 1, 2, 5, 10, 20$ berechnet. Berechnen Sie damit folgende Integrale

i)

$$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin(x) dx = 1$$

ii)

$$I_2 = \int_0^1 x^2 e^x dx = e - 1$$

iii)

$$I_3 = \int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx = \frac{\pi}{4}$$

numerisch. Geben Sie für alle drei Integrale jeweils für $k = 1, 2, 3$

$$N, T(h), |T(h) - I_k|, S(h), |S(h) - I_k|$$

tabellarisch auf zehn Nachkommastellen genau aus.

Was können Sie beobachten? Kommentieren Sie die Ergebnisse ausführlich!

Laden Sie den Quellcode (Exceldatei oder GeoGebra `.ggb`) versehen mit Namen und Matrikelnummer im StudIP hoch! Die abzugebende Datei muss folgenden Namen haben und dann als Datei (`.ggb` oder `.ods`) abgespeichert in StudIP hochgeladen werden:

`NachnameMatrikelnummer.ggb` bzw. `NachnameMatrikelnummer.ods`

Drucken Sie die Ergebnisse (nur die geforderten) der Programmieraufgabe aus und geben Sie diese zusammen mit dem Übungszettel ab.