

Numerik für Lehramt(SoSe 2012)

Übungsblatt 11
Groß/Sachs/Wagner

Abgabe: Di, 10. Juli 2012, bis 8³⁰ Uhr, *Kasten E4*
im Foyer des E-Gebäudes

Aufgabe 20:

(3 Punkte)

Gegeben sei eine reellwertige Folge $(x_k)_{k \in \mathbb{N}}$. Zeigen Sie: Falls $(x_k)_k$ in einer gegebenen Norm $\|\cdot\|$ q-superlinear gegen x_* konvergiert, so gilt

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\|x_{k+1} - x_k\|}{\|x_k - x_*\|} = 1.$$

Wie interpretieren Sie diese Aussage?

Aufgabe 21:

(3 Punkte)

Sei

$$F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 3x_1 + x_2^2 \\ \frac{x_1^2}{2} + \frac{x_2^2}{2} \end{pmatrix}.$$

Entwickeln und formulieren Sie das mehrdimensionale Newton-Verfahren für die Nullstellensuche des nichtlinearen Gleichungssystems $F(x_1, x_2) = (0, 0)^\top$. Berechnen Sie die erste Iterierte mit dem Startwert $x_0 = (1, 1)^\top$ (per Hand!).

Programmieraufgabe 4:

(12 Punkte)

Programmieren Sie in einer Tabellenkalkulation (Excel, OpenOffice oder GeoGebra) das eindimensionale Newton-Verfahren zur Bestimmung der Nullstellen der Funktionen:

$$f_1 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto x^2 - 1$$

$$f_2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto x^2 - 2x + 1$$

Verwenden Sie als Startwerte

$$a) x_0 = 2, \quad b) x_0 = -4$$

und als Abbruchkriterium $\|f(x_k)\|_2 \leq 10^{-6}$. Erstellen Sie für jeden Startwert und jede Funktion eine zusammenfassende Tabelle mit folgenden Ergebnissen und **kommentieren diese ausführlich**

$$k \mid x_k \mid f(x_k) \mid |x_k - x_*| \mid |x_{k+1} - x_*|/|x_k - x_*| \mid |x_{k+1} - x_*|/|x_k - x_*|^2$$

mit $x_* = 1$. Plotten Sie die beiden Funktionen f_1, f_2 auf dem Intervall $[-2, 2]$. Was fällt Ihnen dabei auf?

Laden Sie den Quellcode (Exceldatei oder GeoGebra `.ggb`) versehen mit Namen und Matrikelnummer im StudIP hoch! Die abzugebende Datei muss folgenden Namen haben und dann als Datei (`.ggb` oder `.ods`) abgespeichert in StudIP hochgeladen werden:

`NachnameMatrikelnummer.ggb` bzw. `NachnameMatrikelnummer.ods`

Drucken Sie die Ergebnisse der Programmieraufgabe aus und geben Sie diese zusammen mit dem Übungszettel ab.