# Numerik für Lehramt(SoSe 2012)

Übungsblatt 10 — Abgabe: Di, 3. Juli 2012, bis $8^{30}$ Uhr, *Kasten E4*

Groß/Sachs — im Foyer des E-Gebäudes

**Aufgabe 18:** (3+3 Punkte)

i) Zeigen Sie, dass das Newton-Verfahren zur Bestimmung von $\sqrt{a}$, $(a \geq 0)$ als Nullstelle von $f(x) = x^2 - a$ äquivalent ist zum babylonischen Wurzelziehen (Heron-Verfahren)

$$x_{k+1} = \frac{x_k + \frac{a}{x_k}}{2}.$$

ii) Berechnen Sie mittels dieser Formel die Quadratwurzeln der Zahlen 5 und 13 als $x_3$ mit dem Startwert $x_0 = 5$ bzw. $x_0 = 13$ per Hand.
Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit dem Ergebnis eines Taschenrechners.

**Aufgabe 19:** (2+2+2+2 Punkte)

Bestimmen Sie die $q$-Konvergenzraten der Folgen $(x_k)_{k\in\mathbb{N}}$

i) $x_k = \gamma\beta^{k+1/k}$, wobei $\gamma > 0$ und $\beta \in (0, 1)$

ii) $x_{2k} = \beta_1^k\beta_2^k$ und $x_{2k+1} = \beta_1^k\beta_2^{k+1}$, wobei $\beta_1 > \beta_2$ und $\beta_i \in (0, 1)$, $i = 1, 2$

iii) $x_k = \gamma\beta^k$, wobei $\gamma > 0$ und $\beta \in (0, 1)$

iv) $x_k = 1 + \frac{1}{k!}$

**Programmieraufgabe 3:** (8 Punkte)

Aus der Schulmathematik im Gebiet der Stochastik ist die Standardnormalverteilung

$$\Phi_{0;1}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} \mathrm{e}^{-\frac{t^2}{2}}\, dt$$

bekannt. Da diese Funktion analytisch nicht exakt zu berechnen ist, wird diese mittels Integralapproximation berechnet und im Schulbuch als Tabelle angegeben (Vgl. hierzu zum Beispiel das „Das große Tafelwerk" im „Fokus Mathematik - Stochastik" vom Cornelsen Verlag). Leider sind in der unten angegeben Tabelle einige Werte verschwunden.

Schreiben Sie ein Excel-Programm, welches unter Verwendung der summierten Simpsonregel die Fehlenden Werte berechnet. Wählen sie dazu $N = 50$ und berechnet Sie damit das Integral

$$\widehat{\Phi}_{0;1}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-8}^{x} \mathrm{e}^{-\frac{t^2}{2}}\, dt.$$

Geben Sie zusätzlich zu den in der Tabelle fehlenden Werten folgende Werte aus:

$$\widehat{\Phi}_{0;1}(5), \quad \widehat{\Phi}_{0;1}(4.77) \quad \text{und } \widehat{\Phi}_{0;1}(7)$$

Warum ist die Wahl von $-8$ statt $-\infty$ als untere Integralgrenze sinnvoll?

Tabelle 1: Tabelle der Standardnormalverteilung

Berechnung des Integrals $\Phi_{0;1}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} \mathrm{e}^{-\frac{t^2}{2}} \, dt$ Beispiel: $\Phi_{0;1}(1.65) = 0.95053$

| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.00 | 0.50000 | 0.50399 | 0.50798 | 0.51197 | 0.51595 | 0.51994 | 0.52392 | 0.52790 | 0.53188 | 0.53586 |
| 0.10 | 0.53983 | 0.54380 | 0.54776 | 0.55172 | 0.55567 | 0.55962 | 0.56356 | 0.56749 | 0.57142 | 0.57535 |
| 0.20 | 0.57926 | 0.58317 | 0.58706 | 0.59095 | 0.59483 | 0.59871 | 0.60257 | 0.60642 | 0.61026 | 0.61409 |
| 0.30 | 0.61791 | 0.62172 | 0.62552 | 0.62930 | 0.63307 | **0.?????** | 0.64058 | 0.64431 | 0.64803 | 0.65173 |
| 0.40 | 0.65542 | 0.65910 | **0.?????** | 0.66640 | 0.67003 | 0.67364 | 0.67724 | 0.68082 | 0.68439 | 0.68793 |
| 0.50 | 0.69146 | 0.69497 | 0.69847 | 0.70194 | 0.70540 | 0.70884 | 0.71226 | 0.71566 | 0.71904 | 0.72240 |
| 0.60 | 0.72575 | 0.72907 | 0.73237 | 0.73565 | 0.73891 | 0.74215 | 0.74537 | 0.74857 | 0.75175 | 0.75490 |
| 0.70 | 0.75804 | 0.76115 | 0.76424 | 0.76730 | 0.77035 | 0.77337 | 0.77637 | 0.77935 | 0.78230 | 0.78524 |
| 0.80 | 0.78814 | 0.79103 | 0.79389 | 0.79673 | 0.79955 | 0.80234 | 0.80511 | 0.80785 | 0.81057 | 0.81327 |
| 0.90 | 0.81594 | 0.81859 | 0.82121 | 0.82381 | 0.82639 | 0.82894 | 0.83147 | 0.83398 | 0.83646 | **0.?????** |
| 1.00 | 0.84134 | 0.84375 | 0.84614 | 0.84849 | 0.85083 | 0.85314 | 0.85543 | 0.85769 | 0.85993 | 0.86214 |
| 1.10 | 0.86433 | 0.86650 | 0.86864 | 0.87076 | 0.87286 | 0.87493 | 0.87698 | 0.87900 | 0.88100 | 0.88298 |
| 1.20 | 0.88493 | 0.88686 | 0.88877 | 0.89065 | 0.89251 | 0.89435 | 0.89617 | 0.89796 | 0.89973 | **0.?????** |
| 1.30 | 0.90320 | 0.90490 | 0.90658 | 0.90824 | 0.90988 | 0.91149 | 0.91309 | 0.91466 | 0.91621 | 0.91774 |
| 1.40 | 0.91924 | 0.92073 | 0.92220 | 0.92364 | 0.92507 | 0.92647 | 0.92785 | 0.92922 | 0.93056 | 0.93189 |
| 1.50 | 0.93319 | 0.93448 | 0.93574 | 0.93699 | 0.93822 | 0.93943 | 0.94062 | 0.94179 | 0.94295 | 0.94408 |
| 1.60 | 0.94520 | 0.94630 | 0.94738 | 0.94845 | 0.94950 | 0.95053 | 0.95154 | 0.95254 | 0.95352 | 0.95449 |
| 1.70 | 0.95543 | 0.95637 | **0.?????** | 0.95818 | 0.95907 | 0.95994 | 0.96080 | 0.96164 | 0.96246 | 0.96327 |
| 1.80 | 0.96407 | 0.96485 | 0.96562 | 0.96638 | 0.96712 | 0.96784 | 0.96856 | 0.96926 | 0.96995 | 0.97062 |
| 1.90 | 0.97128 | 0.97193 | 0.97257 | 0.97320 | 0.97381 | 0.97441 | 0.97500 | 0.97558 | 0.97615 | 0.97670 |
| 2.00 | 0.97725 | 0.97778 | 0.97831 | 0.97882 | 0.97932 | 0.97982 | 0.98030 | 0.98077 | 0.98124 | 0.98169 |
| 2.10 | 0.98214 | 0.98257 | 0.98300 | 0.98341 | 0.98382 | 0.98422 | 0.98461 | 0.98500 | 0.98537 | 0.98574 |
| 2.20 | 0.98610 | 0.98645 | 0.98679 | 0.98713 | 0.98745 | 0.98778 | 0.98809 | 0.98840 | 0.98870 | 0.98899 |
| 2.30 | 0.98928 | 0.98956 | 0.98983 | 0.99010 | 0.99036 | 0.99061 | 0.99086 | 0.99111 | 0.99134 | 0.99158 |
| 2.40 | 0.99180 | 0.99202 | 0.99224 | 0.99245 | 0.99266 | 0.99286 | 0.99305 | 0.99324 | 0.99343 | 0.99361 |
| 2.50 | 0.99379 | 0.99396 | 0.99413 | 0.99430 | 0.99446 | 0.99461 | 0.99477 | 0.99492 | 0.99506 | 0.99520 |
| 2.60 | 0.99534 | 0.99547 | 0.99560 | 0.99573 | 0.99585 | 0.99598 | 0.99609 | 0.99621 | 0.99632 | 0.99643 |
| 2.70 | **0.?????** | 0.99664 | 0.99674 | 0.99683 | 0.99693 | 0.99702 | 0.99711 | 0.99720 | 0.99728 | 0.99736 |
| 2.80 | 0.99744 | 0.99752 | 0.99760 | 0.99767 | 0.99774 | 0.99781 | 0.99788 | 0.99795 | 0.99801 | 0.99807 |
| 2.90 | 0.99813 | 0.99819 | 0.99825 | 0.99831 | 0.99836 | 0.99841 | **0.?????** | 0.99851 | 0.99856 | 0.99861 |
| 3.00 | 0.99865 | 0.99869 | 0.99874 | 0.99878 | 0.99882 | 0.99886 | 0.99889 | 0.99893 | 0.99896 | 0.99900 |

Laden Sie den Quellcode (Exceldatei oder GeoGebra `.ggb`) versehen mit Namen und Matrikelnummer im StudIP hoch! Die abzugebende Datei muss folgenden Namen haben und dann als Datei (`.ggb` oder `.ods`) abgespeichert in StudIP hochgeladen werden:

`NachnameMatrikelnummer.ggb` bzw. `NachnameMatrikelnummer.ods`

Drucken Sie die Ergebnisse (nur die geforderten) der Programmieraufgabe aus und geben Sie diese zusammen mit dem Übungszettel ab.