

## Numerik (SoSe 2012)

Übungsblatt 3

Abgabe: Di, 8. Mai 2012, bis 16<sup>30</sup> Uhr, *Kasten E6*

Groß/Sachs

im Foyer des E-Gebäudes

### Aufgabe 5:

(7 Punkte)

Bestimmen Sie zur Basis  $\{u_1, u_2, u_3\}$  des  $\mathbb{R}^3$  mit  $u_1^\top = (1, 1, 1)$ ,  $u_2^\top = (1, 1, 0)$  und  $u_3^\top = (1, 0, 0)$  ausgehend von  $u_1$  eine Orthonormalbasis mit der Methode nach Gram-Schmidt.

### Aufgabe 6:

(7 Punkte)

Sei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Führen Sie zuerst eine Singulärwertzerlegung von  $A$  durch und bestimmen Sie anschließend damit die Pseudoinverse  $A^+$ .

Berechnen Sie dann die Ausgleichslösung

$$\bar{x} = A^+b.$$

### Aufgabe 7:

(7 Punkte)

Sei  $A \in \mathbb{R}^{m,n}$  mit  $\text{rg}(A) = r$  und  $m, n \geq r$ . Zeigen Sie, dass falls

$$A = BC$$

mit  $B \in \mathbb{R}^{m,r}$ ,  $C \in \mathbb{R}^{r,n}$  und  $\text{rg}(B) = \text{rg}(C) = r$  für die Pseudoinverse  $A^+$  gilt,

$$A^+ = C^+B^+.$$