

# Eine Einführung zum numerischen Programmieren mit Matlab

Bastian Gross

Universität Trier

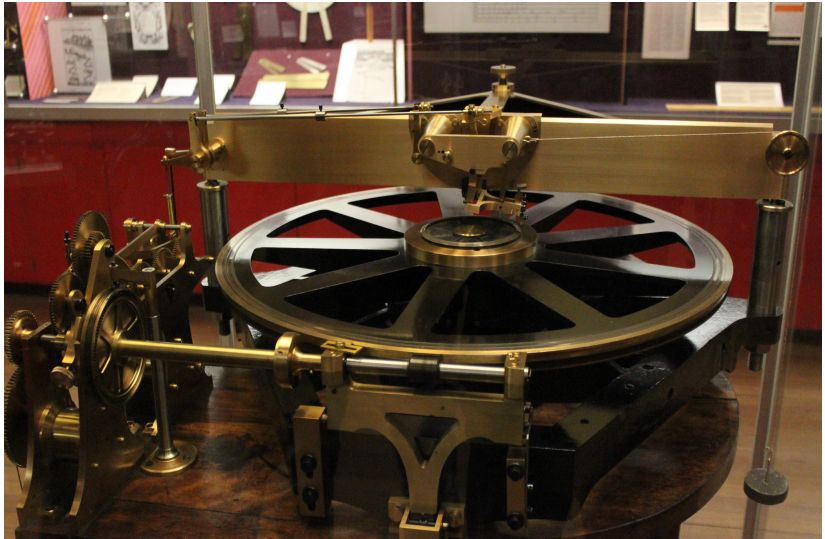
11. April 2011



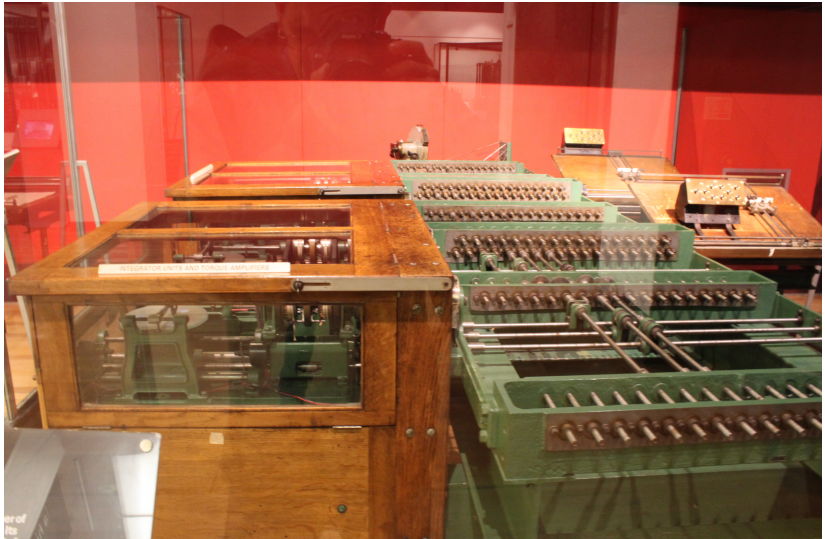
# Inhaltsverzeichnis

- 1 **Beginn und erste Schritte**
  - Matlab-Umgebung
- 2 **Variablen, Matrizen, Grafiken**
  - Variablen
  - Grafiken
- 3 **Schleifen**
  - For-Schleife
  - While-Schleife
  - If-Schleife
- 4 **Funktionen**
  - functions
- 5 **Effizientes Programmieren mit Matlab**
  - cputime
  - tic-toc
  - profiler

## Berechnung in alten Zeiten: Divisionsmaschine



## Berechnung in alten Zeiten: Differenzieren und Integrieren





## Berechnung in alten Zeiten: Grundrechenarten



Fotos sind geschossen worden von Bastian Groß im  
Science Museum London  
South Kensington,  
London, SW7 2DD

## Am Anfang

- Matlab starten:

  - Linux: Konsole öffnen und *matlab* eingeben

  - Windows: über Programme auswählen und starten

- in das gewünschte Verzeichnis wechseln

- im Editor arbeiten

- Programm als `function` schreiben

- Programm unter dem `function`-Name als m-file speichern:

  - dateiname.m* (meist automatisch)

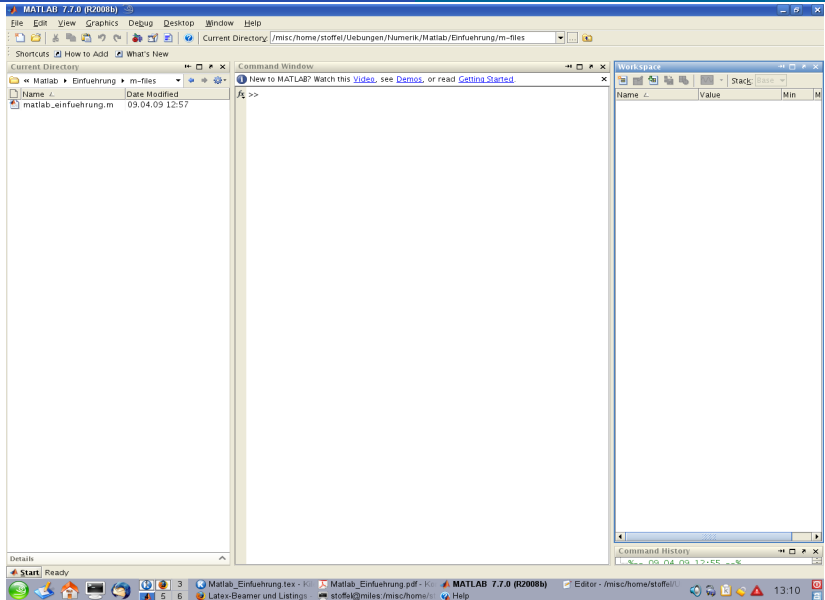
  - Name an Programmpurpose orientieren (z.B. Eigenwertberechnung)

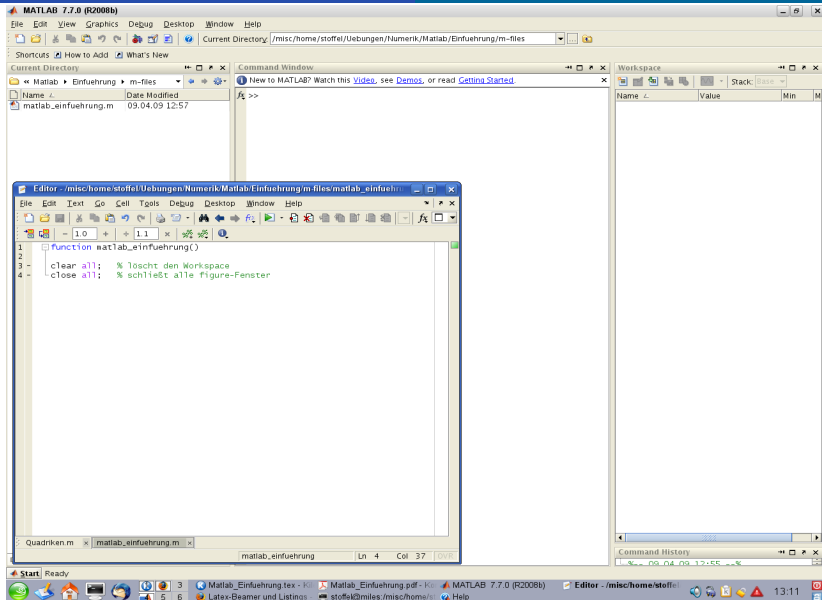
  - Vorsicht:** Keine Doppelbezeichnungen (z.B. *plot.m* als Programmname)

- alles Unnötige schließen bzw. löschen: `clear all`, `close all`

- Mit `%` kann im Programm kommentiert werden

- Die Matlab-Hilfe hilft wirklich!!!





The screenshot shows the MATLAB Help Navigator window. The left pane displays search results for 'eye', categorized into 'Documentation Search Results (118)' and 'Demo Search Results (12)'. The 'eye' function is selected in the documentation results. The main pane shows the documentation for the 'eye' function, including its title, syntax, description, and example. The title is 'MATLAB eye Identity matrix'. The syntax section shows various ways to call the function: `Y = eye(n)`, `Y = eye(m,n)`, `eye([k n])`, `Y = eye(size(A))`, `eye(m, n, classname)`, and `eye([k, n], classname)`. The description explains that `Y = eye(n)` returns an  $n$ -by- $n$  identity matrix, and `Y = eye(m,n)` or `eye([k n])` returns an  $m$ -by- $n$  matrix with 1's on the diagonal and 0's elsewhere. A note specifies that  $m$  and  $n$  should be nonnegative integers. The description also notes that `eye(size(A))` returns an identity matrix of the same size as  $A$ , and `eye(m, n, classname)` or `eye([k, n], classname)` returns an  $m$ -by- $n$  matrix with 1's of class `classname` on the diagonal and zeros of class `classname` elsewhere. The example shows `x = eye(2,3,'int8');`. The limitations section states that the identity matrix is not defined for higher-dimensional arrays. The 'See Also' section lists `ones`, `rand`, and `zeros`. The footer of the help page includes copyright information for MathWorks, Inc. (1994-2008) and links to Terms of Use, Patents, Trademarks, and Acknowledgments.

## Variablen, Vektoren, Matrizen

- Variablen können direkt ohne Speicherallocation Werte zugeordnet werden

# Variablen, Vektoren, Matrizen

- Variablen können direkt ohne Speicherallocation Werte zugeordnet werden
- Variable:  $x = 5$



## Variablen, Vektoren, Matrizen

- Variablen können direkt ohne Speicherallocation Werte zugeordnet werden
- Variable:  $x = 5$
- Vektoren und Matrizen:  
Leerzeichen oder Komma  $\hat{=}$  nächste Spalte, Semikolon  $\hat{=}$  nächste Zeile  
Zeilenvektor  $v = (1, 2, 3)$ :  $v = [1 \ 2 \ 3]$  oder  $v = [1, 2, 3]$   
Spaltenvektor  $v = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ :  $v = [1; 2; 3]$   
Matrix  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ :  $A = [1 \ 2 \ 3; 4 \ 5 \ 6]$

# Variablen, Vektoren, Matrizen

- besondere Vektoren/Matrizen
  - `ones(m,n)`: Vektor/Matrix der Dimension  $m \times n$  mit nur Einsen
  - `zeros(m,n)`: Vektor/Matrix der Dimension  $m \times n$  mit nur Nullen
  - `eye(m,n)`: Vektor/Matrix der Dimension  $m \times n$  mit Einsen auf den Diagonalelementen, sonst Nullen

# Variablen, Vektoren, Matrizen

## ■ besondere Vektoren/Matrizen

- `ones(m,n)`: Vektor/Matrix der Dimension  $m \times n$  mit nur Einsen
- `zeros(m,n)`: Vektor/Matrix der Dimension  $m \times n$  mit nur Nullen
- `eye(m,n)`: Vektor/Matrix der Dimension  $m \times n$  mit Einsen auf den Diagonalelementen, sonst Nullen

## ■ Zugriff auf Elemente

- `v(3)`: der dritte Eintrag des Vektors  $v$ , also  $v_3$
- `v(2:4)`: die Einträge 2 bis 4 des Vektors  $v$ , also  $v_2, v_3, v_4$
- `A(2,3)`: das 2,3-Element der Matrix  $A = [a_{ij}]$ , also  $a_{23}$
- `A(:,1)`: die erste Spalte von  $A$
- `A(3,:)`: die dritte Zeile von  $A$
- `A(2:3,2:4)`: Teilmatrix von  $A$

## Vektoren, Matrizen

- Vektor/Matrixoperationen (siehe auch: `help arith`, `help matfun`)
  - `+`: Matrix-Addition (auf Dimension achten)
  - `*`: Matrix-Multiplikation (auf Dimension achten)
  - `.*`: Elementweise Matrix-Multiplikation
  - `'`: Transponieren
  - `\` bzw. `/`: Left bzw. Right-Devision:  $x = A \setminus b$  löst  $Ax = b$  bzw. analog
  - `inv(A)`: Inverse von  $A$  (bei hohen Dimensionen nicht zu empfehlen)
  - `[m,n] = size(A)`: bestimmen der Dimension von  $A$
  - `[V,D] = eig(A)`: bestimmen der Orthogonal- und der Diagonalmatrix von  $A$
  - `det(A)`: bestimmen der Determinanten von  $A$
  - Matlab Funktionen können einfach auf den ganzen Vektor/die ganze Matrix angewandt werden: z.B. `sin(A)`, `cos(A)`, `exp(A)`, `log(A)`: bestimmen der Funktionswerte von Einträgen der Matrix  $A$  und geben wiederum diese als Matrix aus

## Ausgabe

- Anweisungen, die nicht mit einem Semikolon abgeschlossen werden, werden im Kommandofenster ausgegeben.
- `disp('Text');` → gibt den Text im Kommandofenster aus.

## Ausgabe

- Anweisungen, die nicht mit einem Semikolon abgeschlossen werden, werden im Kommandofenster ausgegeben.
- `disp('Text');` → gibt den Text im Kommandofenster aus.
- `fprintf('Text_1 %1.6f Text_2 %2.3e Text_3\n', a, b);` → gibt den angegebenen Text mit den Variablen `a` und `b` im Kommandofenster aus. Dabei sind `%1.6f` bzw. `%2.2e` die Platzhalter mit entsprechenden Format für `a` bzw. `b`. `\n` bewirkt einen Zeilenumbruch.

Die Ausgabe lautet also (mit `a = 2.2` und `b = 0.00123`):

```
Text_1 2.200000 Text_2 1.230e-03 Text_3
```

## Ausgabe

### ■ in Datei schreiben:

```
fid = fopen('Dateiname.txt','w');  
... Anweisungen ...  
fprintf(fid,'Text_1 %1.6f Text_2 %2.3e Text_3\n',a,b);  
... Anweisungen ...  
fclose(fid);
```

Durch diese Anweisungen wird der Text in die Datei *Dateiname.txt* geschrieben. Dabei wird einmal am Anfang die Datei mit entsprechenden Rechten geöffnet. Dazwischen kann in die Datei geschrieben werden. Am Ende wird einmal die Datei geschlossen.

## Grafiken

Mit den Befehlen `plot`, `plot3`, `surf`, `contour` etc. lassen sich Grafiken zeichnen. Weitere hilfreiche Befehle für Grafiken sind `meshgrid`, `surf`, `isosurface`.

Das folgende Beispiel zeichnet die Funktion  $y = x^2$  im Intervall  $[-2, 2]$  mit Stützstellenweite 0.2, d.h es wird der Vektor  $x$  gegen den Vektor  $y$  geplottet, also die Punkte:  $(x(1), y(1))$ ;  $(x(2), y(2))$ ; usw.

```
x = [-2:0.2:2];  
y = x.^2;  
plot(x,y);
```

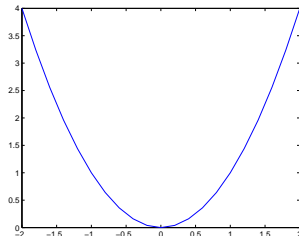


## Grafiken

Mit den Befehlen `plot`, `plot3`, `surf`, `contour` etc. lassen sich Grafiken zeichnen. Weitere hilfreiche Befehle für Grafiken sind `meshgrid`, `surf`, `isosurface`.

Das folgende Beispiel zeichnet die Funktion  $y = x^2$  im Intervall  $[-2, 2]$  mit Stützstellenweite 0.2, d.h es wird der Vektor  $x$  gegen den Vektor  $y$  geplottet, also die Punkte:  $(x(1), y(1))$ ;  $(x(2), y(2))$ ; usw.

```
x = [-2:0.2:2];  
y = x.^2;  
plot(x,y);
```



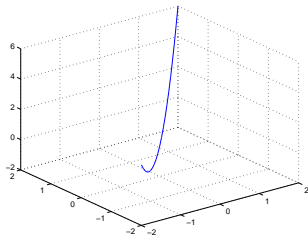
## Grafiken

```
x = [-2:.2:2];  
y = [-2:.2:2];  
z = x.^2+y;  
plot3(x,y,z)  
grid on
```

```
x = [-2:.2:2];  
y = [-2:.2:2];  
[X,Y] = meshgrid(x,y);  
Z = X.^2+Y;  
surf(X,Y,Z);
```

## Grafiken

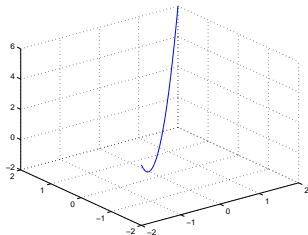
```
x = [-2:.2:2];  
y = [-2:.2:2];  
z = x.^2+y;  
plot3(x,y,z)  
grid on
```



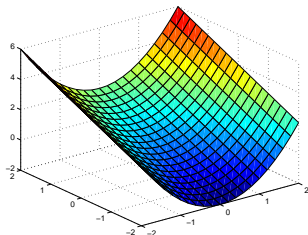
```
x = [-2:.2:2];  
y = [-2:.2:2];  
[X,Y] = meshgrid(x,y);  
Z = X.^2+Y;  
surf(X,Y,Z);
```

# Grafiken

```
x = [-2:.2:2];  
y = [-2:.2:2];  
z = x.^2+y;  
plot3(x,y,z)  
grid on
```



```
x = [-2:.2:2];  
y = [-2:.2:2];  
[X,Y] = meshgrid(x,y);  
Z = X.^2+Y;  
surf(X,Y,Z);
```



## for-Schleife

Bei einer for-Schleife wird eine Gruppe von Anweisungen (Block) mit einer bestimmten Anzahl von Wiederholungen ausgeführt. Dabei wird die Zählvariable häufig in den Anweisungen integriert. (Vorsicht: eventuell lange Laufzeiten)

Beispiele:

```
for i = 1:100
    x(i) = 1;
end
```

In dieser Schleife wird dem i-ten Eintrag des Vektors  $x$  der Wert 1 zugeordnet. Die Schleife bewirkt das selbe wie  $x = \text{ones}(1,100)$ .

## for-Schleife

```
for i = 1:100  
    x(i) = i;  
end
```

In dieser Schleife wird dem i-ten Eintrag des Vektors  $x$  der Wert  $i$  zugeordnet. Die Schleife erzeugt den Vektor  $x = (1, 2, 3, \dots, 99, 100)$ .

```
x = 0;  
for i = [2,3,5,10]  
    x = x+i;  
end
```

In diese Schleife wird zu der Variablen  $x$ , die mit 0 initialisiert ist, nacheinander die Werte 2,3,5,10 addiert. Das Endergebnis ist  $x = 20$ .

## while-Schleife

Bei einer while-Schleife wird ein Block von Anweisungen so oft wiederholt bis die Abbruchbedingung erfüllt ist. Dabei ist das Kriterium eine logische (boolsche) Bedingung (wahr oder falsch).

Beispiel:

```
x = 0;  
while x < 100  
    x = x+1;  
end
```

Bei dieser Schleife wird zu x solange 1 addiert, bis x größer gleich 100 ist, also 100 Wiederholungen.

Andere logische Bedingungen sind:  $>$ ,  $>=$ ,  $<=$ ,  $==$ .

Zwei wichtige Überlegungen bei einer while-Schleife:

- Wird das Eintrittskriterium der while-Schleife erfüllt, d.h. wird überhaupt in die Schleife reingegangen?
- Wenn man in der while-Schleife ist, kommt man auch wieder raus, d.h. wird das Abbruchkriterium irgendwann erfüllt?

## if-else

Bei einem if-else-Konstrukt werden logische Bedingungen überprüft und entsprechende Anweisungen ausgeführt.

Beispiel:

```
if x < 0
    Betragx = -x;
elseif x > 0
    Betragx = x;
else
    Betragx = 0;
end
```

Dieses if-else Konstrukt berechnet umständlich den Betrag von x.

Bei mehreren logischen Bedingungen oder bei Fallunterscheidungen eignet sich oft der Befehl `switch...case`.



## functions

Funktionen werden definiert, um Anweisungsblöcke, die häufiger oder mit verschiedenen Werten benutzt werden, nur einmal zu programmieren. Einmal geschrieben, können die Funktionen mit ihren Funktionsnamen in dem eigentlichen Programm immer wieder aufgerufen werden (Vorsicht bei Doppelbenennung). Funktionen werden benutzt, um Programmabschnitte zu entkoppeln.

Beispiel:

```
A = [1 2; 3 4];  
b = [1;1];  
loesung = Funktionsname(A,b);  
%-----  
function [x] = Funktionsname(A,b)  
    x = A\b;
```

Dieses Funktion löst das Problem  $Ax = b$ .

Funktionen können als Unterprogramme in einem Programm integriert werden. Dazu definiert man diese hinter die Anweisungen des eigentlichen Programms, also ganz am Ende der Datei.

Ebenso können Funktionen auch extern als m-file gespeichert werden und mit entsprechendem Funktionsname aufgerufen werden. Hierbei ist zu beachten, dass die Funktion im selben Verzeichnis wie das aufrufende Programm gespeichert ist.

## `cputime`

Zum Messen der Programmlaufzeit sind zwei verschiedene Ansätze möglich.  
Zuerst wollen wir sehen wie `cputime` funktioniert

Beispiel:

```
t = cputime;  
---Anweisung---  
Time = cputime - t;
```

Dieses Funktion ergibt mit der Variable `Time` die Computerlaufzeit für die Anweisung.

## tic-toc

Ein weiterer Ansatz ist der Matlab Befehl `tic; toc;`.

Beispiel:

```
tic;  
---Anweisung---  
toc;
```

Diese Funktion gibt die Computerlaufzeit für die Anweisung als  
Elapsed time is `xxxx.xxxx` seconds. **aus.**

Matlab bedeutet MATrix LABoratory. Diese Programmiersprache ist darauf spezialisiert, Matrizen und damit auch Vektoren schnell und effizient zu berechnen. Daher sollte man, wann auch immer möglich auf Schleifen (`for`, `if`, `while`, `case`) verzichten und diese versuchen vektorweise zu programmieren. Wie effizient das sein kann werden wir auf der nächsten Folie an einem einfachen Beispiel sehen. Dafür sind folgende Matrixfunktionen enorm wichtig:

- `+`: Matrix-Addition
- `.*`: Elementweise Matrix-Multiplikation
- `.^`: Elementweise Matrix-Potenzierung
- `./`: Elementweise Matrix-Division
- Matlab Funktionen können einfach auf den ganzen Vektor/die ganze Matrix angewandt werden: z.B.  
`sin(A)`, `cos(A)`, `exp(A)`, `log(A)`: bestimmen der Funktionswerte von Einträgen der Matrix  $A$  und geben wiederum diese als Matrix aus

Dieses Beispiel berechnet den `sin` für einen Vektor `A` der die ganzen Zahlen zwischen `-100` und `100` enthält.

Zuerst berechnen wir dies mittels der `for`-Schleife und lassen uns zusätzlich die Computerlaufzeit ausgeben. Beispiel:

```
A=[-100:1:100];  
tic;  
for i=1:1:200  
    B(i)=sin(A(i));  
end  
toc;
```

Elapsed time is 0.004290 seconds.

Diese Berechnung braucht die Computerlaufzeit für die Anweisung von `Elapsed time is 0.004290 seconds..`

Nun vergleichen wir diese Zeit mit der Computerlaufzeit für die vektorweise Berechnung.

Dieses Beispiel berechnet den `sin` für einen Vektor `A` der die ganzen Zahlen zwischen `-100` und `100` enthält.

Jetzt berechnen wir dies mittels der vektorweisen Eingabe. Beispiel:

```
A=[-100:1:100];  
tic;  
B=sin(A);  
toc;
```

```
Elapsed time is 0.000070 seconds.
```

Dieses Berechnung braucht die Computerlaufzeit für die Anweisung von

```
Elapsed time is 0.000070 seconds..
```

Also ist -wie erwartet- die vektorweise Berechnung deutlich schneller!

## profler

Ein weiterer Ansatz zur Ausgabe der Computerlaufzeit ist der Matlab Befehl `profile`.

Anweisungen für die `profile`-Umgebung:

```
profile on;  
profile off;  
profile clear;  
profile report;
```

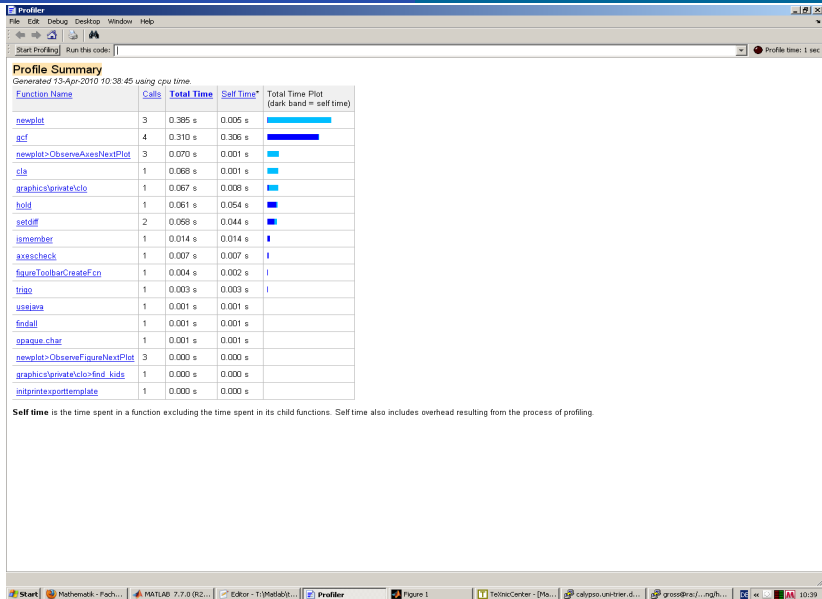
Die `profile` Umgebung bietet einen detaillierten Bericht über die Laufzeiten und die Anzahl der Funktionsaufrufe.



## profiler

Beispiel für die `profile`-Umgebung:

```
function [sinx, cosx, fx] = trigo(x)
sinx = sin(x);
cosx = cos(x);
fx    = (cos(x).^2).*sin(x)./exp(-x);
%-----
profile on; profile clear;
x=pi*[-5:0.01:5];
[sinx, cosx, fx] = trigo(x);
plot(x,sinx,'b-'); hold on;
plot(x,cosx,'r.-');
plot(x,fx,'g-*');
profile report;
```



## Zusammenfassung

- Programmieren ist nicht schlimm, sondern sehr hilfreich!!!
- Matlab-Hilfe bzw. Internet hilft bei vielen Problemen!!!
- Learning by Doing!!!

Informationen: [www.mathematik.uni-trier.de/~gross/](http://www.mathematik.uni-trier.de/~gross/)  
[grossb@uni-trier.de](mailto:grossb@uni-trier.de)

*-wird fortgesetzt-*