Schreiben mathematischer Texte

Prof. Dr. Mirjam Dür

Fachbereich IV – Mathematik

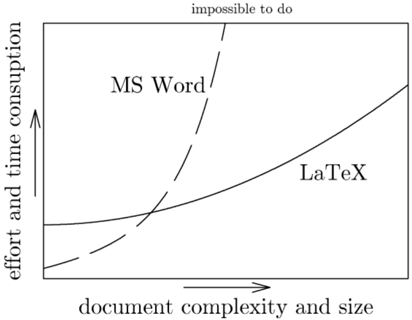
Universität Trier

25. April 2014

Wo finde ich Literatur zu mathematischen Themen?

- MathSciNet: `http://www.ams.org/mathscinet/`
  Datenbank mathematischer Artikel der American Mathematical Society (AMS)
- Zentralblatt MATH: `http://zbmath.org/`
  Datenbank mathematischer Artikel seit 1826; betrieben von der European Mathematical Society (EMS) und dem FIZ Karlsruhe
- arXiv: `http://arxiv.org/`
  Preprintserver für Artikel aus Physik, Mathematik, Informatik.
- Google Scholar: `http://scholar.google.de/`

Verwenden Sie LaTeX!



Quelle: `http://www.pinteric.com/miktex.html`

Präsentation

Oberstes Gebot: Klarheit!

Ihre Gedanken können nichtlinear sein, aber Ihre Präsentation sollte linear sein.

Haben Sie Mitleid mit Ihren Lesern!

Wenn ein Leser Ihrem Text nicht folgen kann, dann liegt das meist nicht am Leser, sondern an Ihrem Text.

Beachten Sie daher äußere Form, Struktur und Stil.

Äußere Form

- Verwenden Sie eine angemessene Schriftgröße (mindestens 11 Punkt)
- und ein schönes Schriftbild ($\LaTeX$ kann viele verschiedene Fonts)
- Achten Sie auch auf Seitenränder (nicht zu groß, nicht zu klein).
- Achten Sie auf schönes Layout. $\LaTeX$hilft dabei sehr.
- Fügen sie nicht manuell Zeilenumbrüche ein (oder Seitenumbrüche, vertikale Abstände etc.)

Abschlußarbeiten

Abschlußarbeiten müssen immer ein Deckblatt haben.

Inhalt:

- Titel der Arbeit
- Ihr Name und Ihre Matrikelnummer
- Angabe über die Art der Arbeit (z.B. Seminararbeit)
- Name des Betreuers / der Betreuerin
- Bei Seminararbeiten: Name des Seminars, Angabe des Semesters
- kann: Name der Universität und des Fachbereiches

Für Bachelor- bzw. Masterarbeiten stellen viele Betreuer eigene Files zur Verfügung.

Struktur

- Gliedern Sie Ihre Arbeit in sinnvolle Kapitel.
- Geben Sie dem Leser einen roten Faden, an dem er sich festhalten kann.
- Geben Sie am Anfang jedes Teilkapitels eine kurze Beschreibung und Motivation.
- Ein gewisses Maß an Redundanz (aber nicht zu viel!) hilft dem Leser, Ihrem Gedankengang zu folgen.

Geben Sie am Anfang jedes Teilkapitels eine kurze Beschreibung.

Schreiben Sie nicht:

Wir beginnen mit einigen Definitionen, stellen dann einige Hilfsresultate zur Verfügung und beweisen danach unser Hauptresultat.

Seien Sie konkret, beschreiben Sie die Hauptideen, geben sie eine Motivation und sagen Sie dem Leser, was als nächstes kommt.

Schreiben Sie besser:

Der Grenzwertbegriff in all seinen Ausprägungen ist zentral für die Analysis und wird von nun an alle unsere Betrachtungen beherrschen. Wir untersuchen ihn in diesem Kapitel im Zusammenhang mit Zahlenfolgen und wollen uns zunächst durch einige Beispiele auf seine Definition führen lassen.

Der Text

Ihr Text sollte keine Liste von Definitionen, Sätzen, Beweisen und Bemerkungen sein.

- Führen Sie den Leser durch den Text
- Schreiben Sie überleitende Zwischentexte
- Sagen Sie, was als nächstes kommt und warum
- Beschreiben Sie die Aussage des nächsten Satzes in Worten
- Vermeiden Sie wertende Aussagen (z.B. “Der Beweis ist recht einfach”.)

Vermeiden Sie Mehrdeutigkeiten

Eine Formel (z.B. $x = \mathrm{e}^y$) kann viel bedeuten, zum Beispiel:

- Laut Voraussetzung ist $x = \mathrm{e}^y$.
- Wir definieren $x \in \mathbb{R}$ durch $x = \mathrm{e}^y$.
- Wir definieren $y \in \mathbb{R}$ durch $x = \mathrm{e}^y$.
- Nach kurzer Rechnung ergibt sich aus dem obigen, dass $x = \mathrm{e}^y$.
- Wegen des Zornschen Lemmas gilt $x = \mathrm{e}^y$.
- Angenommen, es wäre $x = \mathrm{e}^y$. Dann würde aber … gelten, ein Widerspruch. Daher kann $x = \mathrm{e}^y$ nicht gelten.
- $x = \mathrm{e}^y$ ist der erste Fall einer Fallunterscheidung, und weiter unten wird der Fall $x \neq \mathrm{e}^y$ betrachtet.

Helfen Sie dem Leser, sagen Sie, was Sie meinen!

Interpunktion

Ein mathematischer Text ist zunächst einfach ein Text in deutscher (englischer) Sprache. Beachten Sie daher

- Grammatik,
- Rechtschreibung,
- Interpunktion.

Formeln (auch abgesetzte Formeln) sind wie Satzteile zu behandeln, mit entsprechender Interpunktion.

Beispiel:

Daher ist $(a_n - a'_n)$ eine Nullfolge, und weil $a_n \to a$ strebt, ergibt sich nun

$$a_n = (a'_n - a_n) + a_n \to a,$$

und daher $\sum_{k=0}^{\infty} a_{n_k} = b$.

Ich, wir, man, passiv?

- Ich soll nur dann verwendet werden, wenn eine persönliche Botschaft ausgedrückt werden soll:

  Ich danke XY für das Korrekturlesen.
- Man ist zwar nicht falsch, aber nicht schön.
- dasselbe gilt für Passivkonstruktionen:

  Als nächstes wird der Satz von Hahn-Banach gezeigt. Danach wird daraus ein Trennungssatz für konvexe Mengen abgeleitet.
- Wir kann immer dann verwendet werden, wenn statt dessen auch "der Autor und der Leser" gemeint sind.

Ganz schlecht ist eine Mischung:

Wenn wir die Zahl n faktorisieren, sieht man, dass ...

Definitionen, Sätze, Beweise

LaTeX stellt für Definitionen, Lemmas, Sätze, Beweise etc. eigene Umgebungen zur Verfügung.

Beispiel

```
\begin{theorem}[Nullstellensatz von Bolzano]
  Die Funktion $f$ sei auf dem Intervall $[a,b]$ stetig und es
  gelte $f(a) < 0$ und $f(b) > 0$. Dann besitzt $f$ in $[a,b]$
  mindestens eine Nullstelle.
\end{theorem}
```

liefert:

Theorem (Nullstellensatz von Bolzano)

Die Funktion f *sei auf dem Intervall* $[a, b]$ *stetig und es gelte* $f(a) < 0$ *und* $f(b) > 0$. *Dann besitzt* f *in* $[a, b]$ *mindestens eine Nullstelle.*

Beachten Sie: Der Text wird bei Lemmas, Propositionen, Sätzen etc. *kursiv* gesetzt.

Definitionen

Achten Sie auf Klarheit bei der Begriffsdefinition.

Beispiel:

Die konvexe Hülle von $n+1$ affin unabhängigen Punkten heißt n-Simplex.

Schlecht wäre:

Die konvexe Hülle von $n+1$ affin unabhängigen Punkten ist ein n-Simplex.

Warum? Dies klingt wie eine Aussage, die wir beweisen müssten.

Definitionen

Vermeiden Sie “genau dann, wenn” in Definitionen.

Schlecht:

Definition

Eine Matrix A heißt symmetrisch, genau dann, wenn $A = A^T$.

Gut:

Definition

Eine Matrix A heißt symmetrisch, wenn $A = A^T$.

Bezeichnungen

- Falls Standardbezeichnungen existieren, verwenden Sie diese.
- Bezeichnen Sie einheitlich:

  Großbuchstaben für Matrizen, Kleinbuchstaben für Vektoren, griechische Buchstaben für Skalare etc.
- Vermeiden Sie unnötige Bezeichnungen.

  Schlecht: Jede differenzierbare Funktion f ist stetig.

  Gut: Jede differenzierbare Funktion ist stetig.
- Geben sie jeweils den Typ der Variablen an:

  Schlecht: P liegt auf g.

  Gut: Der Punkt P liegt auf der Geraden g.
- Verwenden Sie einheitliche Schreibweisen.

  Z.B. vermeiden Sie, einmal $k > 5$ zu schreiben und weiter unten $k \geq 6$

Notation

- Seien Sie exakt!
  Zum Beispiel sind M_i und M^i und $M^{(i)}$ drei verschiedene Objekte.
- Verwenden Sie sinnvolle Notation.
  Schlecht: Für $x_0 \in D$ sei $N_\alpha := \{x \in D \mid f(x) \leq f(x_0)\}$
  Hier wird nicht klar, was α ist, und wie die Menge von α abhängt.
  Besser: Für $\alpha \in \mathbb{R}$ sei $N_\alpha := \{x \in D \mid f(x) \leq \alpha\}$
- Verwenden Sie Bezeichnungen, die intuitiv sind:
  Schlecht: Sei $\mathcal{X} = \{y_1, \ldots, y_n\}$
  Gut: Sei $\mathcal{Y} = \{y_1, \ldots, y_n\}$

  Schlecht: Sei $i < k < j$
  Gut: Sei $i < j < k$

Sätze

- Es muss immer klar sein, was Voraussetzung ist und was die zu beweisende Aussage.
- Beispiele, Erläuterungen etc. sollen nie Teil von Sätzen sein.
- Schlecht sind Formulierungen wie:
  Sei f wie in Lemma 5.7.
  Besser ist es, dies nochmal explizit anzugeben.
- Formulierungen in den Sätzen sollten in logischer Reihenfolge geschehen:
  Schlecht:

  Sei f konvex. Dann ist $\partial_\varepsilon f(x)$ nichtleer, wobei $\varepsilon > 0$ und $x \in D$.

  Gut: Sei f konvex, seien $\varepsilon > 0$ und $x \in D$. Dann ist $\partial_\varepsilon f(x)$ nichtleer.

Beweise

- Gliedern Sie Ihre Beweise.
- Bringen Sie Ihre Argumente in logischer Reihenfolge.

  Schlecht: D folgt aus C, weil wegen A B gilt.

  Gut: Aus A folgt B, daher folgt mit C, dass D gilt.
- Sagen Sie am Anfang, was Sie machen werden, zum Beispiel:
  - Wir beweisen dies mit Induktion nach k.
  - Es genügt zu zeigen, dass ...
  - Wir unterscheiden zwei Fälle. Fall (1): Sei $a \geq 0$.
  - Wir führen einen indirekten Beweis. Angenommen, ...
- Bei langen Beweisen: Führen Sie den Leser durch die Struktur. Schreiben Sie überleitende Texte wie:
  - Damit ist der Fall (1) abgeschlossen. Wir betrachten als nächstes den Fall (2) und nehmen nun an, dass $a < 0$.
- Schließen Sie Beweise immer mit einem $\square$-Symbol ab.

Hinrichtung und Rückrichtung

Beim Beweis von Äquivalenzen sollte immer klar sein, welche Richtung gerade bewiesen wird. Aber:

Vermeiden Sie die Worte "Hinrichtung" und "Rückrichtung"!

Schlecht:

Wir zeigen zunächst die Hinrichtung. Sei f stetig ...

Besser:

Wir zeigen zunächst die Notwendigkeit. Sei f stetig ...

oder finden Sie eine andere Umschreibung der Aussage, welche Richtung gerade beweiesen wird.

Formulierungen

- Schreiben Sie in ganzen Sätzen.

  Schlecht: Nach Weierstraß nimmt f ihr Minimum an.

  Gut: Nach dem Satz von Weierstraß nimmt die Funktion f ihr Minimum auf D an.
- Schreiben Sie nicht in jeder Zeile, dass $i = 1, \ldots, n$.
  Es muss zwar an jeder Stelle klar sein, welche i gemeint sind, aber meist genügt es, dies an wenigen Stellen zu sagen.
- Vermeiden Sie Strichpunkte in Formeln, z.B. in $a = \sum_{i=1}^{m} a_i;$
- Vermeiden Sie Fußnoten generell in mathematischen Texten. Dies gilt aber insbesondere in Formeln:

$$\sqrt{a^2 + b^2} = c^3$$

[3] es ist klar, warum das nicht so gut ist

Formulierungen

- Ein Satz darf nicht mit einem Symbol oder einer Formel anfangen.

  Schlecht: $\mathbb{N}$ bezeichnet die Menge der natürlichen Zahlen.

  Gut: Die Menge der natürlichen Zahlen heißt $\mathbb{N}$.

- Zwischen zwei Formeln muss immer ein Text stehen.
  Schlecht:

  ...zeigen wir die Stetigkeit von $f(x) = \cos^2 x \sin x. \cos x$ ist stetig, daher
  Gut:

  ...zeigen wir die Stetigkeit von $f(x) = \cos^2 x \sin x$. Die Funktion $\cos x$ ist stetig, daher ...

- Vermeiden Sie Mischformen wie:

  Schlecht: Ein Steinerpunkt hat Grad ≥ 3.

  Gut: Ein Steinerpunkt hat Grad größer oder gleich 3.

- oder:

  Schlecht: existieren c und α, nicht beide $= 0$, so dass ...

  Gut: existieren c und α, nicht beide gleich 0, so dass ...

Zeilenumbrüche

- Vermeiden Sie nach Möglichkeit Zeilenumbrüche in Formeln. Die ist meistens möglich, indem der Satz umformuliert wird.
- Zeilenumbrüche in LaTeX können verhindert werden, indem zwischen den Wörtern/Formeln eine Tilde gesetzt wird. Zum Beispiel:

  ```
  Wir betrachten einen Kegel~$K$, der zudem konvex sei.
  ```

  verhindert einen Zeilenumbruch zwischen Kegel und K
- Vermeiden Sie auch Zeilenumbrüche zwischen Satz und seiner Nummer, wie zum Beispiel hier gleich im Folgenden bei Satz 3.25.

Quantoren und Pfeile

Vermeiden sie die Symbole $\forall$, $\exists$, $\Rightarrow$, $\Leftrightarrow$ etc. (außer Sie schreiben einen Text über Logik), sondern formulieren Sie in ganzen Sätzen, zum Beispiel:

- Für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt ...
- Angenommen, es existiert ein $x_0 \in D$ mit der Eigenschaft ...
- Dies impliziert xxx
- Offensichtlich ist xxx äquivalent zu yyy, und daraus folgt, dass zzz ...

Zahlen

- Üblicherweise werden die Zahlwörter von eins bis zwölf in Worten geschrieben, ab 13 werden Ziffern verwendet:

  Schlecht: Jede gerade Zahl ist die Summe von 2 Primzahlen.

  Gut: Jede gerade Zahl ist die Summe von zwei Primzahlen.

- Dies gilt natürlich nicht, wenn die Zahl als mathematisches Objekt gemeint ist:

  Schlecht: Die einzige gerade Primzahl ist zwei.

  Gut: Die einzige gerade Primzahl ist 2.

Symbole

LaTeX hat für jedes mathematische Symbol einen Befehl.

- $\mathbb{R}^{m \times n}$ wird geschrieben als `$\mathbb{R}^{m \times n}$`
- Die Norm $\| \cdot \|$ wird geschrieben als `$\| \cdot \|$`
- Es gibt Befehle für $\min, \sup, \log, \sin$ etc.
  Beachte: `$\min f(x)$` ergibt: $\min f(x)$
  im Gegensatz zu: `$min f(x)$` ergibt: $min f(x)$
- Mit `\DeclareMathOperator{\befehl}{name}` kann man eigene Operatoren definieren, zum Beispiel `\DeclareMathOperator{\cone}{cone}` für die konische Hülle $\operatorname{cone} A$

Formeln im Text

Es ist schlecht, Formeln mit Übergröße im Fließtext einzubauen, wie zum Beispiel diese Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, womöglich im gleichen Absatz wie $\int_a^b f(x)dx$. Das resultierende Layout ist unruhig und unangenehm zu lesen.

Besser ist es, die Formeln abgesetzt zu schreiben, zum Beispiel die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

und das Integral

$$\int_a^b f(x)dx$$

jeweils in einer eigenen Zeile zu setzen. Formeln ohne Übergröße, wie beispielsweise $a^2 + b^2 = c^2$ sind kein Problem.

Weitere LaTeX–Tipps

- LaTeX kennt zwei verschiedene epsilons: ϵ und ε, geschrieben als `$\epsilon$` und `$\varepsilon$`. Verwenden Sie nicht beide im selben Text.
- Brüche: In abgesetzten Formeln ist es oft hübscher, `\tfrac` zu verwenden statt `\frac`:

$$m = \tfrac{1}{2}(a+b) \quad \text{ist hübscher als} \quad m = \frac{1}{2}(a+b).$$

- Jedes mathematische Symbol muss in $-Zeichen gesetzt werden:
  Vergleiche: `alle $n$ bzw. alle n`
  ergibt: alle n bzw. alle n

Weitere LaTeX–Tipps

- Klammern in der Größe anpassen:

$$\left\{x \in \mathbb{R}^n \mid \sum_{i=1}^{n} x_i \leq c\right\}$$

sieht besser aus als

$$\{x \in \mathbb{R}^n \mid \sum_{i=1}^{n} x_i \leq c\}.$$

Algorithmen

Für Pseudocode

verwenden Sie `\usepackage{algorithmic}` oder ein ähnliches Paket.

Input: Beschreibung des Inputs.
Output: Beschreibung des Outputs

  if Liste nichtleer **then**
    $m \leftarrow m + 1$
  else
    $x = f(y)$
  end if
  while $x > 0$ **do**
    $k \leftarrow k + 1$
  end while
  print Ausgabe

Algorithmen

LaTeX-code dafür:

```
\begin{algorithmic}
\REQUIRE Beschreibung des Inputs.
\ENSURE Beschreibung des Outputs
\IF{Liste nichtleer}
   \STATE $m \gets m+1$
\ELSE
   \STATE $x = f(y)$
\ENDIF
\WHILE{$x > 0$}
   \STATE $k \gets k+1$
\ENDWHILE
\PRINT Ausgabe
\end{algorithmic}
```

Übersetzungen aus dem Englischen

Übersetzungen aus dem Englischen führen manchmal zu sinnstörenden Fehlern:

- $y = \mathrm{e}^x$ for some $x \in \mathbb{R}$

  bedeutet nicht: für einige $x \in \mathbb{R}$

  sondern: für ein $x \in \mathbb{R}$
- notion

  bedeutet nicht: Notation

  sondern: Begriff
- The algorithm will eventually converge.

  bedeutet nicht: eventuell

  sondern: schließlich, schlussendlich

Übersetzungen aus dem Englischen

- The problem is solvable

  bedeutet nicht: ausführbar

  sondern: lösbar
- While the operator A is maximal monotone, B is not.

  bedeutet nicht: Wenn A maximal monoton ist, ist B nicht max. monoton.

  sondern: Während A maximal monoton ist, ist B nicht maximal monoton.
- Since 3 is a prime number, we have ...

  bedeutet nicht: Seit 3 eine Primzahl ist, gilt ...

  sondern: Weil 3 eine Primzahl ist, gilt ...

Im Zweifelsfall suchen Sie zum Beispiel auf

`http://dict.leo.org/ende/index_de.html`

oder fragen Sie nach.

Literaturangaben

- Vermeiden Sie Fußnoten. In mathematischen Texten werden Quellen üblicherweise im Fließtext zitiert, z.B.:

> Eine notwendige Optimalitätsbedingung für restringierte Optimierungsprobleme wurde von Kuhn und Tucker [5] gezeigt.

  Dabei verweist [5] auf den entsprechenden Eintrag im Literaturverzeichnis.

- Literaturangaben sollen möglichst spezifisch sein.

  Schlecht: Dies folgt aus [4].

  Gut: Dies folgt aus [4, Theorem 2.5.3.]

- Achten Sie darauf, alle verwendeten Quellen anzugeben.
- Wikipedia ist keine zitable Quelle!

Literaturverzeichnis

Sollte einheitlich und alphabetisch geordnet sein. Am besten Sie verwenden BibTeX.

Literaturverzeichnis:

- Davi T., Jarre F., On the stable solution of large scale problems over the doubly nonnegative cone, Erscheint in: *Mathematical Programming* (2014), `http://dx.doi.org/10.1007/s10107-013-0687-3`.
- Morgan F., *Geometric measure theory*, Academic Press, San Diego (1995).
- Pataki G., The geometry of semidefinite programming. In: Wolkowicz H., Saigal R., Vandenberghe L. (Eds), *Handbook of Semidefinite Programming*, Kluwer Academic Publishers (2000), pp. 29–65.
- Schneider R., Convex bodies in exceptional relative positions, *Journal of the London Mathematical Society* 60, No. 2, (1999), 617–629.