

## 9. Übung Funktionalanalysis und partielle Differentialgleichungen

Abgabe: Bis Dienstag, 19.01.2010 um 8:30 Uhr im Kasten 12

H25: Es seien  $X, Y, Z$  Hilberträume. Ferner seien  $T$  ein Operator von  $X$  nach  $Y$  und  $S$  ein Operator von  $Y$  nach  $Z$ . Wir definieren  $D(ST) = \{x \in D(T) : Tx \in D(S)\}$  und  $(ST)x := S(Tx)$  für  $x \in D(ST)$ .

Zeigen Sie: Sind  $ST$  und  $S$  dicht definiert, so gilt

$$T^*S^* \subset (ST)^*$$

H26: Es seien  $X$  ein normierter Raum und  $Y$  ein Banachraum.

- Zeigen Sie: Ist  $T$  ein abgeschlossener und stetiger Operator von  $X$  nach  $Y$ , so ist  $D(T) \subset X$  abgeschlossen.
- Gilt die Aussage von a) auch ohne die Voraussetzung der Stetigkeit von  $T$ ?

H27: Es seien  $I = [-1, 1]$  und  $T : L_2(I) \supset D(T) \rightarrow L_2(I)$  definiert durch

$$D(T) := \{f \in C^1(I) : f(-1) = f(1) = 0\}$$

und

$$Tf := if' \quad (f \in D(T)).$$

Zeigen Sie:

- $T$  ist symmetrisch.
- $T$  ist nicht selbstadjungiert.