J. Müller / P. Beise

Wintersemester 2009/2010
17.12.2009

8. Übung Funktionalanalysis und partielle Differenzialgleichungen

Abgabe: Bis Dienstag, 12.01.2010 um 8:30 Uhr im Kasten 12

H22: Es seien $(X, <\cdot,\cdot>)$ ein unitärer Raum und $C \subset X$ eine konvexe Menge so, dass $(C, d_{\|\cdot\|})$ vollständig ist. Zeigen Sie: Für alle $x, y \in X$ gilt

$$\|P_C(x) - P_C(y)\| \leq \|x - y\|.$$

Hinweis: Verwenden Sie die charakterisierende Ungleichung aus B. 7.5 für $P_C(x)$ und $P_C(y)$.

H23: Es sei $f = |\cdot|$ auf $\mathbb{R}$. Zeigen Sie:

(i) $f^{(2)} = 2\delta_0$, wobei $\delta_0 \in \mathscr{D}'\big((-1,1)\big)$ definiert ist durch

$$\delta_0(\varphi) := \varphi(0) \qquad \big(\varphi \in \mathscr{D}\big((-1,1)\big)\big)$$

,

(ii) $f \in H^1\big((-1,1)\big) \setminus H^2\big((-1,1)\big)$.

H24: Es sei $\Omega \subset \mathbb{R}$ offen. Zeigen Sie: Der Operator

$$L_2(\Omega) \supset H^1(\Omega) \ni f \mapsto f' \in L_2(\Omega)$$

ist abgeschlossen.

Frohe Weihnachten und alles Gute für 2010 wünschen
Jürgen Müller, Peter Beise und Elke Gawronski