

## 6. Übung Funktionalanalysis und partielle Differentialgleichungen

Abgabe: Bis Dienstag, 08.12.2009 um 8:30 Uhr im Kasten 12

H16: Ein metrischer Raum  $(X, d)$  heißt separabel, falls eine abzählbare dichte Teilmenge existiert.

Zeigen Sie:

- a) Ist  $X$  ein normierter Raum so, dass  $\text{lin span}(A)$  dicht in  $X$  ist für eine abzählbare Menge  $A \subset X$ , so ist  $X$  separabel.
- b)  $c_0$  und  $\ell_p$  ( $1 \leq p < \infty$ ) sind separabel,  $\ell_\infty$  ist nicht.

H17: Es seien  $X$  ein normierter Raum und  $C \subset X$  konvex und abgeschlossen mit  $0 \notin C$ . Überlegen Sie sich, dass dann ein  $x' \in X'$  existiert mit

$$\inf_{y \in C} \text{Re}(\langle y, x' \rangle) > 0.$$

H18: Beweisen Sie die 1. Greensche Formel aus B. 5.5 der Vorlesung.