J. Müller / P. Beise

Wintersemester 2009/2010
04.11.2009

2. Übung Funktionalanalysis und partielle Differenzialgleichungen

Abgabe: Bis Dienstag, 10.11.2009 um 8:30 Uhr im Kasten 12

H4: a) Es seien (X, d_X) und (Y, d_Y) metrische Räume. Zeigen Sie: Ist $f : X \to Y$ stetig und ist $A \subset X$ (relativ) kompakt, so ist auch $f(A)$ (relativ) kompakt.

b) Es sei $(X, \|\cdot\|)$ ein normierter Raum, und es seien $A, B \subset X, \lambda \in \mathbb{K}$. Zeigen Sie:

(i) Sind A, B (relativ) kompakt, so sind auch λA und $A+B$ (relativ) kompakt.

(ii) Für A, B abgeschlossen ist im Allgemeinen $A + B$ nicht abgeschlossen.

H5: Es sei $I = [a, b] \subset \mathbb{R}$. Überlegen Sie sich, dass $(C^1(I), \|\cdot\|_{1,\infty})$ ein Banachraum ist.

H6: Beweisen Sie: Für alle $y \in \ell_1$ ist durch

$$T_y(x) := \sum_{j=1}^{\infty} x_j \bar{y}_j \qquad (x \in \ell_\infty)$$

ein $T_y \in (\ell_\infty)'$ definiert mit $||T_y|| = ||y||_1$.